

Messung des Energieverlustes hochenergetischer Müonen
und Vergleich mit Vorhersagen einer Simulationsrechnung

Dissertation der Fakultät für Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität
München

vorgelegt von
Rüdiger Kopp
aus München

10.12.1985

ZUSAMMENFASSUNG

Messung des Energieverlustes hochenergetischer Müonen

und Vergleich mit Vorhersagen einer Simulationsrechnung

Dissertation der Fakultät für Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität
München

vorgelegt von
Rüdiger Kopp
aus München

10.12.1985

1.Gutachter : Prof. Dr. C. Zupancic

2.Gutachter : Prof. Dr. G. Graw

Tag der mündlichen Prüfung : 14.3.1986

ZUSAMMENFASSUNG

INHALTSVERZEICHNIS

Zur Berücksichtigung des Einflusses des Energieverlustes in einem Experiment zur tiefinelastischen Müonstreuung wurde sein spektrales Verhalten bei verschiedenen Energien zwischen 50 GeV und 120 GeV für zwei Materialien (Eisen und Kohlenstoff) gemessen. Der Vergleich mit einer neuentwickelten Simulationsrechnung zeigt sehr gute Übereinstimmung.

Samstag

1. EINLEITUNG	1
2. THEORIE DES ENERGIEVERLUSTES	2
Ionisationsverluste	4
Die Bethe-Siegb-Formel	4
Delta-Effizienzen	6
Nicht-Berechnete Bethe-Siegb	7
Energieverlust durch neutrale Prozesse	8
Bremsstrahlung	8
Elektron-Positron-Produktion	10
Kernschattenwirkung	14
Beitrag zur Ionisationsverlust zum Gesamtenergieverlust	16
Anwendbarkeit des mittleren Energieverlustes dE/dx	17
Genauigkeit der Theorie	17



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41555212_0006

INHALTSVERZEICHNIS

ZUSAMMENFASSUNG	iii
---------------------------	-----

Kapitel

1. EINLEITUNG	1
2. THEORIE DES ENERGIEVERLUSTES	3
Ionisationsverluste	4
Die Bethe-Bloch Formel	4
Delta-Elektronen	6
Nicht berücksichtigte Beiträge	7
Energieverlust durch radiative Prozesse	8
Bremsstrahlung	8
Elektron-Paarproduktion	10
Kernwechselwirkung	14
Beitrag der Einzelprozesse zum Gesamtenergieverlust	15
Anwendbarkeit des mittleren Energieverlustes dE/dx	17
Genauigkeit der Theorie	17

3.	EXPERIMENTELLER AUFBAU	19
	Das Strahlimpuls-spektrometer	20
	Das Endspektrometer	22
	Der ES-Magnet	22
	Komponenten zur Spurbestimmung	25
	Der Moderator	26
	Der Eisenmoderator	26
	Das Kohlenstofftarget	27
	Experimentelle Erschwernisse	27
	Fremdmaterial im Strahlweg	27
	Anordnung und Zuverlässigkeit der Violdrahtkammern	29
4.	DURCHFÜHRUNG DES EXPERIMENTES	31
	Der Müonstrahl	31
	Charakteristik des Müonstrahls	31
	Triggerentscheidung	32
	Das Messprogramm	33
5.	EREIGNISSREKONSTRUKTION UND -SELEKTION	35
	Schnitte auf die Daten	35
	Ereignisauswahl für die endgültigen Spektren	36
	Das Impulsbestimmungsverfahren	37
6.	KALIBRIERUNG MIT HILFE DER LEERMESSUNG	40
	Interpretation der ΔE -Spektren	40
	Ursachen für systematische Verschiebungen	42
	Ausrichtung der Detektoren	42
	Setzgenauigkeit des BMS	42
	Ermittlung der Kalibrationskorrekturen	45
	Unkorrigierbare systematische Schwankungen	50

7.	AUFLÖSUNG	51
8.	CHARAKTERISIERUNG DES ENERGIEVERLUSTES	53
9.	MONTE-CARLO-SIMULATION	56
	Simulation des Energieverlustes	56
	Vermeidung der "Infrarotkatastrophe"	57
	Normierung der Zufallsgeneratoren	58
	Anteil der diskret behandelten Energieüberträge am Gesamtverlust	60
	Die Landau-Verteilung	61
	Simulation der experimentellen Bedingungen	61
	Tabellierung von dE/dx	64
10.	VERGLEICH VON DATEN UND MONTE-CARLO- SIMULATION	65
	Schnitte auf den Energieverlust einzelner Müonen	65
	Differenz der Mittelwerte	68
11.	SYSTEMATISCHE FEHLER	70
12.	ERGEBNISSE	72
	Interpretation der Resultate	73
	Ableitung allgemeingültiger Aussagen	73
	Zusammenfassung	79
	LITERATURVERZEICHNIS	81
	ANHANG	Xii

VERZEICHNIS DER TABELLEN

1.	Häufig verwendete Bezeichnungen	3
2.	Zusammenstellung einiger Charakteristika des experimentellen Aufbaus	30
3.	Aus den Leermessungen ermittelte Kalibrationskorrekturen . . .	46
4.	Korrekturen ΔBMS für unabhängige BMS-Einstellungen	49
5.	Theoretische und experimentelle Impulsauflösung	52
6.	Kontinuierlich behandelter Anteil des Energieverlustes in Eisen für verschiedene Energien	58
7.	Diskret behandelter Anteil der einzelnen Prozesse in Eisen bei 120 GeV	60
8.	Schnitte auf den relativen Energieverlust im Eisenmoderator	66
9.	Aufteilung des totalen Energieverlustes durch die experimentellen Schnitte	67

10. Relative Differenzen von gemessenem mittleren
Energieverlust zu dem der MC-Simulation ((Daten-
MC)/MC) 72

11. Anteil der einzelnen Prozesse im gemessenen Spektrum
und relativ zu ihrem Gesamtverlust 74

12. Relativer Energieverlust der Einzelprozesse in Funktion
eines maximalen Energieübertrags 77

VERZEICHNIS DER ABBILDUNGEN

1.	Graphen zur Bremsstrahlung	8
2.	Graphen zur Paarproduktion	10
3.	Beiträge zum Paarproduktionsquerschnitt für 100 GeV Müonen in Eisen	11
4.	Differentielle Wirkungsquerschnitte aller beteiligten Prozesse für 100 GeV Müonen in Eisen.	13
5.	Mittlerer Energieverlust dE/dx und seine Zusammensetzung für Kohlenstoff (a) und Eisen (b).	16
6.	Experimenteller Aufbau	19
7.	Skizze des BMS mit H=Hodoskop, Q=Quadrupol, B=Ablenkmagnet	20
8.	Anordnung der Szintillatoren der BMS-Hodoskope	21
9.	Feld im ES-Magneten für $I=990$ A ($\int B dL=7.86$ Tm) und prozentuale Anteile einzelner Bereiche am $\int B dL$	22
10.	Kartographierte Bereiche des ES-Magneten	23

11.	Setzverfahren für den ES-Magneten	24
12.	Szintillatoranordnung der ES-Hodoskope (a) Mosaiktyp H5 und H6, (b) H7	25
13.	Tatsächliche Verhältnisse zwischen Moderator und ES- Magnet	28
14.	Anzahl der unter den verschiedenen Bedingungen ausgeführten Messgruppen	34
15.	Prozentuale Abweichung von $\int \text{BdL}$ für verschiedene Wege parallel zur Magnetachse.	37
16.	Mittlere Energiedifferenz zwischen BMS und ES für die jeweils erste Leer-Messgruppe der benutzten Strahlenergien	41
17.	Veranschaulichung des Hysteresiseffekts	43
18.	Beschreibung der gemessenen Residuen durch Anpassung von Kalibrationskorrekturen	46
19.	Residuen (nach Korrektur der ES-Kalibration) für alle Leerruns bei 110/120 GeV	47
20.	Residuen (nach Korrektur der ES-Kalibration) für alle Leerruns bei 50/65 GeV	48
21.	Zur Veranschaulichung typischer Energieverlustverhältnisse	54
22.	Akzeptanz des Endspektrometers für verschiedene Ablenkfelder	62

23.	Vergleich experimenteller und simulierter Energieverlustspektren für Eisen bei 120 GeV Strahlenergie	63
24.	Differenz der Energieverlustmittelwerte für Daten und MC bei 50/65 GeV	68
25.	Differenz der Energieverlustmittelwerte aus Daten und MC mit 110/120 GeV Strahl	69
26.	Zusammensetzung des Gesamtenergieverlustes (dE/dx) aus den Beiträgen der verschiedenen Prozesse	75
27.	Beiträge zum Energieverlust in verschiedenen Spektralbereichen für 100 GeV und Eisen	78

1. EINLEITUNG

Die Hochenergiephysik gehört zu den sich am schnellsten entwickelnden Forschungsgebieten der letzten Jahrzehnte. Auf der Suche nach einer "einfachen" Darstellung der Grundprinzipien der Materie werden Experimente von immer grösserer Komplexität benötigt. Zum Test oder zur Unterscheidung theoretischer Modelle notwendige experimentelle Ergebnisse müssen dabei oft mit hoher Präzision vorliegen. Die korrekte Interpretation der Messergebnisse erfordert nicht selten die Berücksichtigung einer Fülle von physikalischen Prozessen, welche die jeweiligen Mess- und Nachweisverfahren beeinflussen. Häufig zeigt sich dabei, dass die bis dahin benutzte vereinfachende Beschreibung mancher Phänomene nicht mehr ausreichend ist, und deshalb verbessert werden muss. Einer dieser Fälle ist der hier untersuchte Energieverlust relativistischer Müonen in Materie.

Theoretische Formulierungen aller Einzelprozesse, die zur Abbremsung von Müonen in Materie beitragen, liegen schon seit den dreissiger Jahren vor, jedoch waren sie mit relativ grossen Unsicherheiten behaftet. Im Laufe der letzten Jahrzehnte konnten mit Hilfe quantenmechanischer Rechnungen immer bessere Näherungen erstellt werden, deren Gültigkeit heute durch präzise Messungen überprüft werden kann. Die vorliegende Arbeit beschreibt ein solches Experiment, und die dabei erzielten Resultate werden mit den Vorhersagen einer Simulationsrechnung, die den heutigen Stand der Theorie reflektiert, verglichen.

Die Motivation zu der hier beschriebenen Messung lieferte ein Grossexperiment mit Müonen [1,2] am europäischen Kernforschungszentrum CERN in Genf. In diesem Experiment erfordert die Bestimmung der Müonenergie nach einem tiefinelastischen Streuprozess durch Ausmessung der Bahnkurve des gestreuten Müons in magnetisiertem Eisen eine genaue Kenntnis des Energieverlustes [3]. Im Verlauf der Analyse der Messung erhielt der Autor zusätzliche Ermutigung durch das Interesse mehrerer anderer Forschungsgruppen, die an so unterschiedlichen Projekten wie Neutrino-Nukleon-Streuung oder der Suche nach Protonzerfällen arbeiten, und aus verschiedenen Gründen eine genaue Kenntnis des Energieverlustverhaltens benötigen.

2. THEORIE DES ENERGIEVERLUSTES

Im folgenden werden die einzelnen Mechanismen beschrieben, die zum Energieverlust hochenergetischer Müonen beitragen, und die Formeln angegeben, die zur Simulation des Experiments benutzt wurden. Die Bedeutung dabei häufig verwendeter Symbole ist in Tabelle 1 angegeben.

TABELLE 1

Häufig verwendete Bezeichnungen

α	Feinstrukturkonstante
N	Loschmidtsche Zahl
Z	Ordnungszahl des Mediums
A	Atomgewicht des Mediums
m_e und m_μ	Ruhemasse des Elektrons bzw. Müons
p	Impuls des Müons
E	Energie des Müons
$\beta = p/E$, $\gamma = E/m_\mu$	Lorentzfaktoren
$\lambda = h/2\pi m_e c$	Comptonwellenlänge des Elektrons
$R = 189$	Wert des Strahlungslogarithmus
E'	Energieübertrag des Müons beim Einzelprozess
$v = E'/E$	Relativer Energieübertrag des Müons
e	Basis des natürlichen Logarithmus

2.1 IONISATIONSVERLUSTE

Bis zu Energien der Grössenordnung 100 GeV stellen Wechselwirkungen mit den Elektronen der Atomhülle den für den Energieverlust dominanten Prozess dar. Hierbei kann der Verlust, je nach Grösse des Energieübertrags, durch zwei verschiedene Ansätze beschrieben werden.

2.1.1 Die Bethe-Bloch Formel

Für kleine Energieüberträge bis zu einer oberen Grenze η ($\eta \approx 10^4$ - 10^5 eV) gilt die bekannte Bethe-Bloch Formel [4]

$$dE/dx = N/A \cdot 2\pi Z \alpha^2 \lambda^2 m_e / \beta^2 \left\{ \ln \frac{2m_e \beta^2 \gamma^2 \eta}{I^2(Z)} - \beta^2 - \delta \right\} \quad (2.1)$$

Als wichtiger Materialparameter tritt hier das mittlere Ionisationspotential $I(Z)$ auf, durch welches die Bindungsenergie und räumliche Verteilung der atomaren Elektronen integral berücksichtigt werden.

Die Dichtekorrektur δ trägt der Tatsache Rechnung, dass das Feld der Müonen in grosser Entfernung durch dazwischenliegende Atome abgeschirmt wird. Der im Prinzip mit der Teilchenenergie wachsende Beitrag von Wechselwirkungen über grosse Distanz wird dadurch eingeschränkt und für hohe Energien (≈ 100 GeV) erreicht der durch (2.1) beschriebene Energieverlust einen asymptotischen Grenzwert, das sogenannte "Fermi-Plateau".

Der analytisch sehr schwer in geschlossener Form darstellbare Effekt wird durch eine von Sternheimer erstmals 1946 aufgestellte und über die Jahre hinweg ständig verbesserte Parametrisierung beschrieben:

$$\begin{aligned}\delta(X) &= 4.6052 X + a(X_1 - X)^m + C & X_0 < X < X_1 \\ \delta(X) &= 4.6052 X + C & X > X_1\end{aligned}\tag{2.2}$$

$$\text{wobei} \qquad X = \log(\beta\gamma)$$

Die neuesten Werte für die Koeffizienten a, m, X_0, X_1 und C sind in Referenz [5] zusammen mit einer kurzen Beschreibung des Dichteeffekts zu finden.

Für Müonen ab etwa 100 GeV Energie in Eisen gilt in guter Näherung:

$$\delta = \ln(\beta\gamma)^2 - 4$$

und der logarithmische Anstieg von (2.1) wird somit vollständig kompensiert. Die sich dadurch ergebende Reduktion des (unkorrigierten) Ionisationsverlustes beträgt ungefähr 30% !

2.1.2 Delta-Elektronen

Für höhere Energieüberträge ($E \cdot v \geq \eta$) können die Elektronen als quasi frei angesehen werden. Der Wirkungsquerschnitt für die Streuung von Spin 1/2 Teilchen an Elektronen lautet in der von Bhabha, Massey und Corben angegebenen Form [4] :

$$d\sigma/dv = 2\pi Z\alpha^2 \lambda^2 m_e/\beta^2 \cdot 1/Ev \{1/v - \beta^2/v_m + 1/2 v\} \quad (2.3)$$

Hierbei gilt $v_m = E_m/E$ und E_m ist der maximal mögliche Energieübertrag auf das Elektron:

$$E_m = \frac{2m_e p^2}{m_e^2 + m_\mu^2 + 2m_e \sqrt{p^2 + m_\mu^2}}$$

Durch Integration in den Grenzen $x=\eta$ und $y=E_m$ ergibt sich der mittlere Verlust durch solche "harten" Stösse als:

$$\begin{aligned} dE/dx &= N/A \int_x^y Ev d\sigma/dv dv \\ &= N/A 2\pi Z\alpha^2 \lambda^2 m_e/\beta^2 \{ \ln(E_m/\eta) - \beta^2(1-\eta/E_m) + (E_m^2 - \eta^2)/4E^2 \} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Bei Energien von der für diese Arbeit relevanten Grössenordnung können die Terme η/E_m und η^2/E^2 vernachlässigt werden; die Summe der Verluste nach (2.1) und (2.4) lässt sich dadurch in einer nunmehr von η unabhängigen Form darstellen:

$$dE/dx = N/A 2\pi Z\alpha^2 \lambda^2 m_e/\beta^2 \left\{ \ln \frac{2m_e \beta^2 \gamma^2 E_m}{I^2(Z)} + 1/4 (E_m/E)^2 - 2\beta^2 - \delta \right\} \quad (2.5)$$

Der Einfachheit halber, wenn auch nicht ganz präzise, werden im weiteren manchmal die durch (2.1) und (2.4) beschriebenen Verluste als Ionisation bzw. als Delta-Elektronen bezeichnet.

2.1.3 Nicht berücksichtigte Beiträge

Den grössten Unsicherheitsfaktor auf den so angegebenen Energieverlust stellt die Vernachlässigung von Strahlungskorrekturen auf die durch (2.3) beschriebene elastische Müon-Elektronstreuung dar. Quantenmechanische Rechnungen dazu sind aufwendig und kompliziert und numerische Vorhersagen existieren bisher nur für den Bereich relativ hoher Energieüberträge [6]. Dort erreichen die Korrekturen Werte von einigen Prozent, jedoch ist der Beitrag zum Energieverlust sehr klein. Eine Extrapolation zu kleinen Winkeln (im Schwerpunktsystem) ist nicht möglich, da die in [6] gemachten Annahmen dort ihre Gültigkeit verlieren. Insgesamt scheint eine Korrektur von der Grössenordnung 1% jedoch nicht ausgeschlossen [7]. Die Beiträge höherer Ordnung können zudem einen möglicherweise spürbaren Unterschied im Energieverlust positiver und negativer Müonen hervorrufen. Auch hier stehen exakte Rechnungen noch aus, jedoch ist die erwartete Differenz klein, d.h. von der Grössenordnung 10^{-3} [8].

2.2 ENERGIEVERLUST DURCH RADIATIVE PROZESSE

Die Beschreibung elektromagnetischer Prozesse höherer Ordnung - Bremsstrahlung und Paarproduktion -, erstmals bereits vor etwa 50 Jahren erstellt, erfuhr in den vergangenen zwei Jahrzehnten eine wesentliche Verfeinerung. Den dominanten Beitrag zum Energieverlust liefern dabei die Wechselwirkungen mit dem Feld des Atomkerns. Die Hauptschwierigkeit einer exakten Beschreibung stellt deshalb die Berücksichtigung der abschirmenden Wirkung der Hüllenelektronen (screening) und des Kernformfaktors dar.

2.2.1 Bremsstrahlung

Dieser von Bethe und Heitler erstmals formulierte Prozess kann durch folgende Feynmangraphen beschrieben werden:

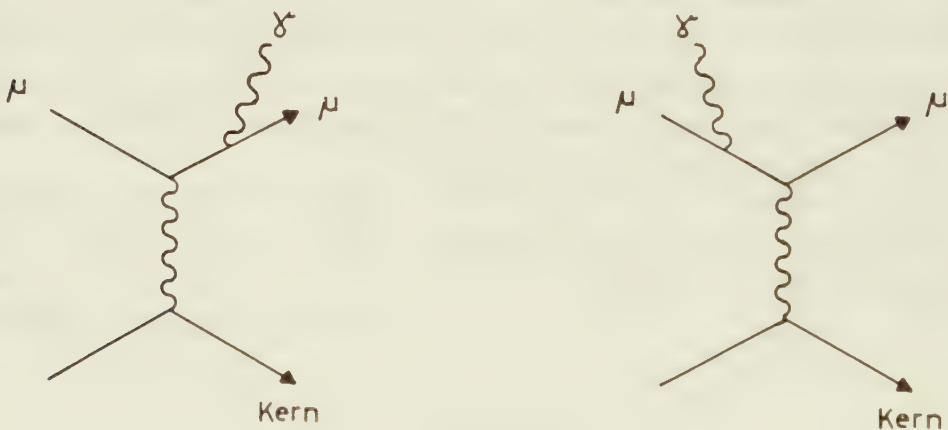


Abbildung 1: Graphen zur Bremsstrahlung

Eine konsequent quantenelektrodynamische Rechnung durch Petrukhin und Shestakov [9] führt zu folgendem Wirkungsquerschnitt:

$$d\sigma/dv = 4Z^2\alpha^3\lambda^2 (m_e/m_\mu)^2 1/v \{4/3 - 4/3 v + v^2\} \phi(\delta) \quad (2.6)$$

Hierbei werden durch die Funktion $\phi(\delta)$ Kernformfaktor und Screening in der folgenden Form berücksichtigt:

$$\phi_1(\delta) = \ln \frac{R Z^{-1/3} m_\mu/m_e}{1 + R Z^{-1/3} \sqrt{e}/m_e \delta} \quad \text{für } Z \leq 10$$

und

$$\phi_2(\delta) = \phi_1(\delta) + \ln(2/3 Z^{-1/3}) \quad \text{für } Z > 10$$

wobei $\delta = m_\mu^2/2E v/(1-v)$ den minimalen Impulsübertrag zum Kern darstellt.

Den Energieverlust erhält man daraus durch eine einfache, analytisch durchführbare Integration:

$$dE/dx = N/A E \int_0^{v_{\max}} v d\sigma/dv dv \quad (2.7)$$

mit $v_{\max} = 1 - 3/4 \sqrt{e} m_\mu/E Z^{-1/3}$

Die Bremsstrahlung im Feld der Hüllenelektronen kann in guter Näherung durch einfache Erweiterung des Z^2 Terms in (2.6) auf $Z(Z+1)$ berücksichtigt werden.

Auffallend bei der Bremsstrahlung ist der "flache", im wesentlichen mit $1/v$ gehende Abfall des Photonspektrums (s. Abb.4). Alle möglichen Energieüberträge tragen somit gleichgrosse Anteile zum mittleren Energieverlust bei.

2.2.2 Elektron-Paarproduktion

Die Paarproduktion lässt sich durch zwei verschiedene Diagramme darstellen, die häufig als Prozesse erster (b) und zweiter Ordnung (a) bezeichnet werden.

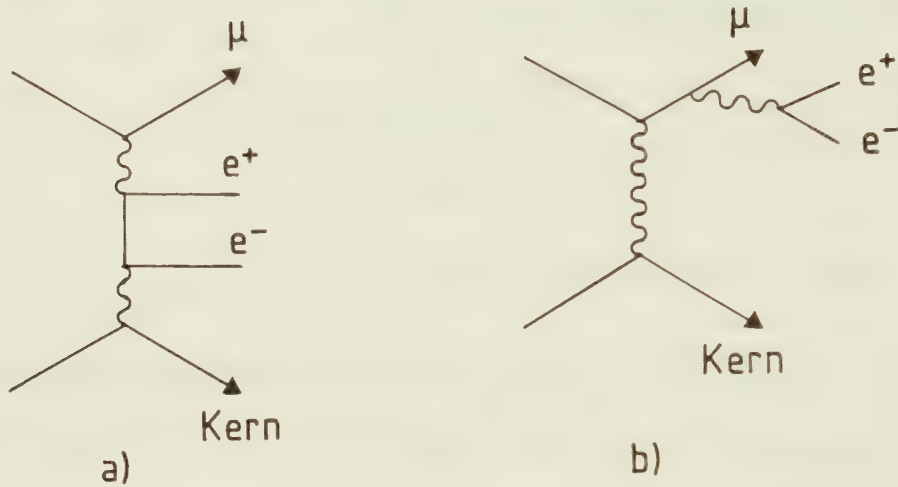


Abbildung 2: Graphen zur Paarproduktion

Den Hauptbeitrag zum Energieverlust liefert dabei (a); erst bei sehr grossen Energieüberträgen ($v \approx .6$) werden die Wirkungsquerschnitte von (a) und (b) vergleichbar (siehe dazu Abb.3). Die naiv nach (b) alleine erwartete Unterdrückung der Paarproduktion um einen Faktor α gegenüber der Bremsstrahlung wird durch den grossen Beitrag von (a) aufgehoben.

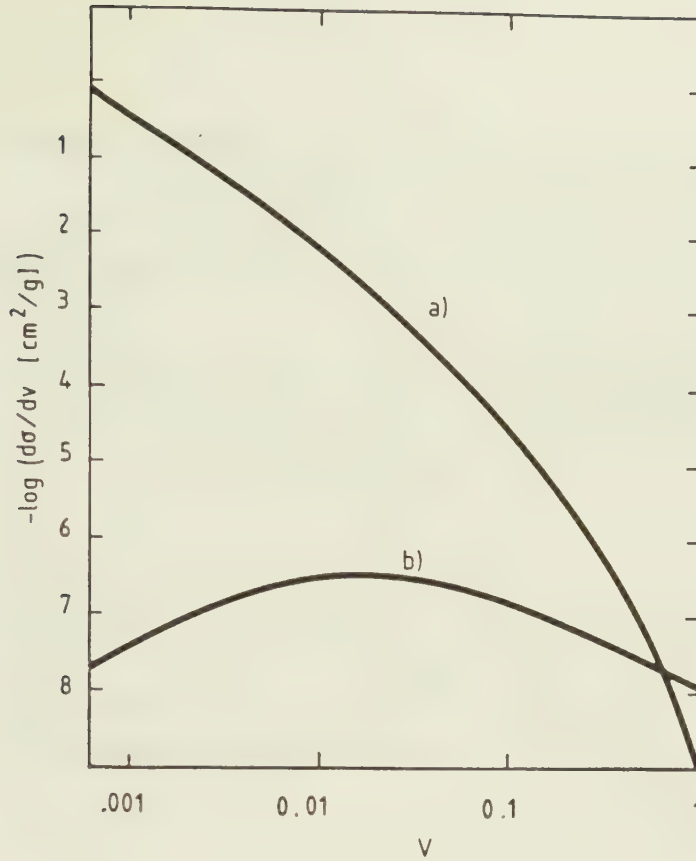


Abbildung 3: Beiträge zum Paarproduktionsquerschnitt für 100 GeV Müonen in Eisen

Ausgehend von einer streng quantenelektrodynamischen Rechnung von Kel'ner und Kotov [10] erarbeiteten Kokhoulin und Petrukhin [11] eine leichter zu handhabende analytisch geschlossene Darstellung des Wirkungsquerschnitts.

$$d^2\sigma/dvdp = 2/3\pi Z^2\alpha^4\lambda^2 (1-v)/v \{\Phi_e + (m_e/m_\mu)^2 \Phi_\mu\} \quad (2.8)$$

Dabei beschreibt p die Aufteilung der insgesamt übertragenen Energie auf die Partner des erzeugten Paares in der Form $p=(E^+-E^-)/(E^++E^-)$, wobei E^+ und E^- die Energie des Positrons bzw. Elektrons ist. Die Funktionen Φ_e und Φ_μ beschreiben die beiden Mechanismen (a) und (b). Die relativ komplexen Ausdrücke sind in Anhang A.1 in expliziter Form dargestellt.

Der Energieverlust ergibt sich durch Integration über p und v , die in der Praxis numerisch durchgeführt werden muss.

$$dE/dx = 2N/A E \int_{v_{\min}}^{v_{\max}} v \int_0^{p_{\max}} d^2\sigma/dvdp dp dv \quad (2.9)$$

Die Integrationsgrenzen $v_{\min}$, $v_{\max}$, $p_{\max}$ sind ebenfalls in Anhang A.1 zu finden. Wie schon bei der Bremsstrahlung wird auch hier der Produktion im Feld der atomaren Elektronen durch Erweiterung des Ladungsfaktors auf $Z(Z+1)$ Rechnung getragen.

Die Form des Spektrums wird bei der Paarproduktion durch einen relativ flachen Verlauf ($\sim 1/v$) bei kleinen Energieüberträgen, abfallend bis zu einem $1/v^3$ Verhalten im oberen Teil des Spektrums charakterisiert (s. Abb.4). Ihr Beitrag zum Gesamtenergieverlust wird deshalb von relativ kleinen Einzelenergieüberträgen dominiert.

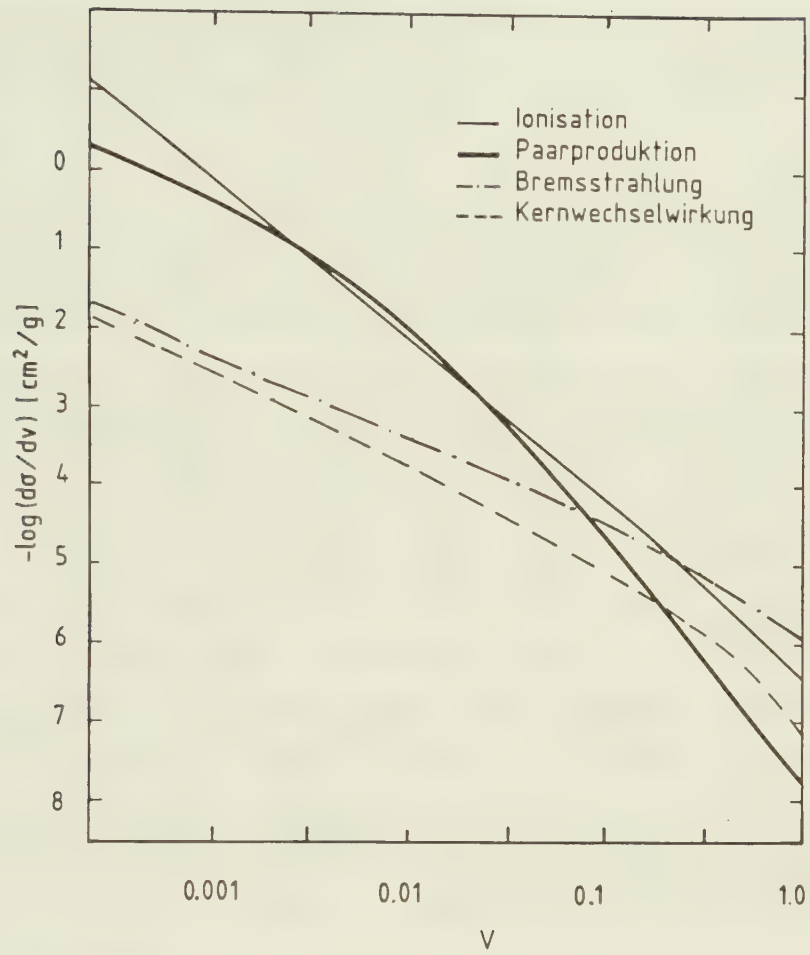


Abbildung 4: Differentielle Wirkungsquerschnitte aller beteiligten Prozesse für 100 GeV Müonen in Eisen.

2.3 KERNWECHSELWIRKUNG

Im Vergleich zu den bisher besprochenen rein elektromagnetischen Prozessen ist die Photo-Kernwechselwirkung, die elektromagnetische und "starke" Anteile enthält, theoretisch weit weniger gut verstanden. Verschiedene Ansätze liefern noch stark voneinander abweichende Resultate und stützen sich in jedem Fall auf die Anpassung freier Parameter an gemessene Photoabsorbtionsquerschnitte. In dieser Arbeit wird der Ansatz von Bezrukov und Bugaev [12] für die Müon-Nukleon Streuung benutzt. Ausgehend vom experimentellen Wert für den reellen Gamma-Nukleon Wirkungsquerschnitt wird $\sigma_{\mu A}(\nu)$ dort unter Berücksichtigung folgender Faktoren errechnet: Umrechnung auf den virtuellen Photonenfluss, Korrektur für die im Rahmen des Vektordominanz-Modells (VDM) errechnete gegenseitige Abschirmung der Nukleonen im Kern (shadowing), Stärke der Fluktuation von Photonen in Vektormesonresonanzen oder -kontinuum und Beitrag longitudinal polarisierter Vektormesonen.

Der relativ komplizierte Ausdruck für den Wirkungsquerschnitt als Funktion des relativen Energieübertrages ν wird in Anhang A.2 gegeben. Im für uns relevanten Energiebereich kann er jedoch zur besseren Veranschaulichung seines Verhaltens in grober Näherung in folgender Form geschrieben werden:

$$d\sigma/d\nu = 2\alpha/\pi \cdot \sigma_{YN} \cdot 1/\nu \ln(1/\nu) \quad (2.10)$$

wobei für den totalen Photoabsorbtionsquerschnitt σ_{YN} ein Wert von 100 μbarn angenommen wird. Ähnlich der Bremsstrahlung und im Kontrast zu den anderen Prozessen tragen somit auch hier grosse Energieüberträge noch wesentlich zum integralen Verlust bei (Abb.4).

2.4 BEITRAG DER EINZELPROZESSE ZUM GESAMTENERGIEVERLUST

Qualitativ lässt sich die Zusammensetzung des Gesamtenergieverlustes dE/dx_{tot} aus den betrachteten Mechanismen folgendermassen beschreiben:

Bis zu Müonenergien von etwa 100 GeV dominieren die Ionisationsverluste. Zu hohen Energien hin wachsen sie jedoch nur noch schwach durch einen $(\ln E)$ Term und verlieren damit zunehmend an Bedeutung.

Die Strahlungsprozesse spielen bei niedrigen Energien praktisch keine Rolle, im Gegensatz zur Ionisation wächst ihr Beitrag aber linear mit der Energie und stellt bei sehr hohen Energien ($> 10^3$ GeV) den Hauptanteil am Verlust.

Die Wirkungsquerschnitte der Kernwechselwirkung sind überall deutlich kleiner als die der anderen Mechanismen und ihr Anteil am Gesamtverlust erreicht, trotz ebenfalls linearen Anstiegs, auch bei sehr hohen Energien nur einige Prozent.

Die genaue quantitative Zusammensetzung des Energieverlustes hängt zusätzlich stark von der Kernladungszahl des betroffenen Mediums ab und ist in Abb.5 für ein leichtes (Kohlenstoff) und ein schweres Element (Eisen) aufgetragen.

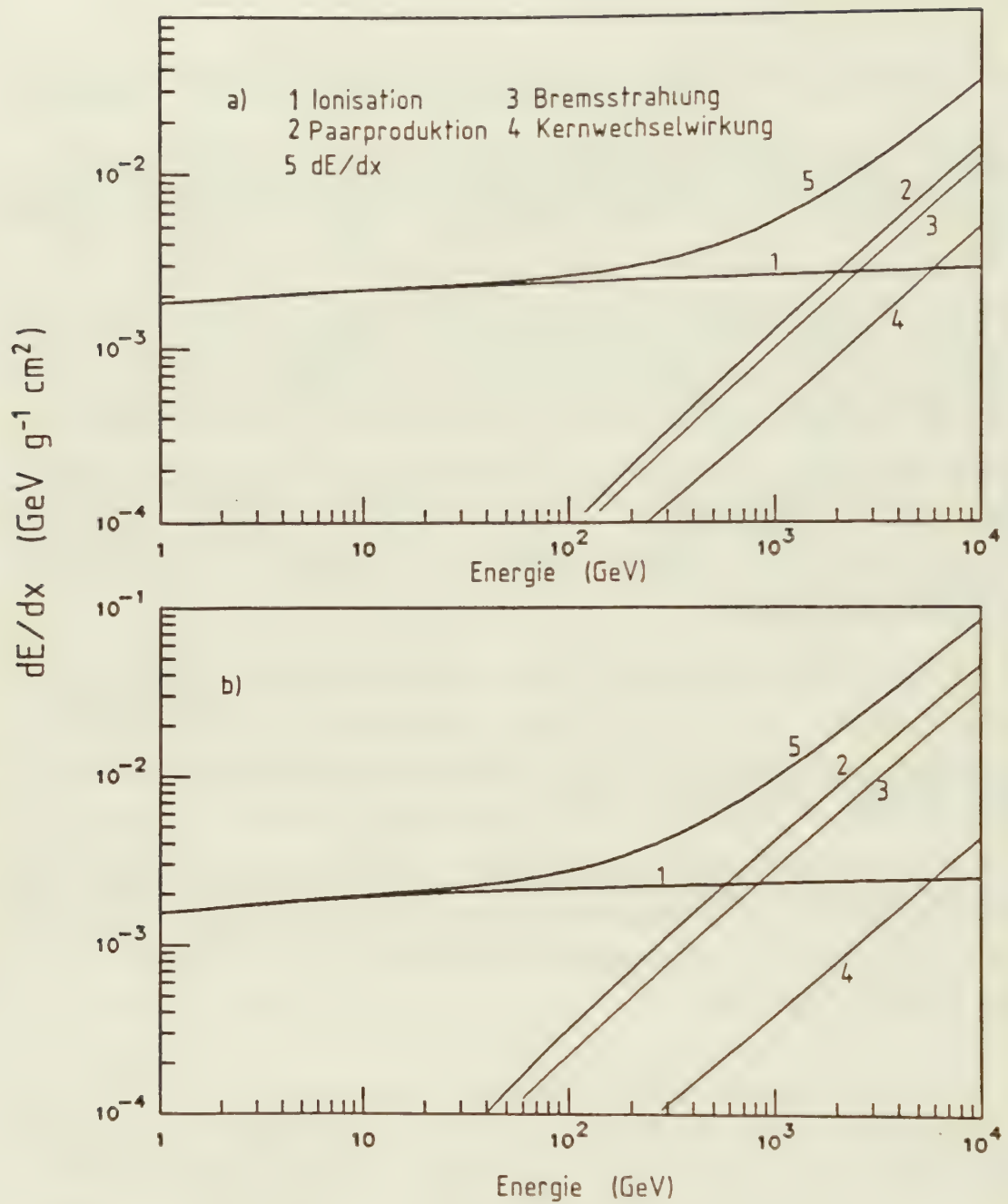


Abbildung 5: Mittlerer Energieverlust dE/dx und seine Zusammensetzung für Kohlenstoff (a) und Eisen (b).

2.5 ANWENDBARKEIT DES MITTLEREN ENERGIEVERLUSTES dE/dx

Die Charakterisierung des Energieverlustes durch seinen Mittelwert dE/dx lässt leicht die Tatsache vergessen, dass die zugrundeliegenden Prozesse stochastischer Natur sind. Diese führen zu grossen Fluktuationen des Energieverlustes und dadurch zu einer stark asymmetrischen Verteilung, deren wahrscheinlichster Wert häufig signifikant kleiner als ihr arithmetischer Mittelwert ist. Eine Berücksichtigung durch den Erwartungswert dE/dx alleine erzeugt damit unter Umständen eine systematische Verzerrung experimenteller Ergebnisse. Andererseits erweist sich der Wert dE/dx als sehr nützlich zur Abschätzung von Energiedeposition und Reichweite oder beim Vergleich verschiedener Materialien. Besonders bei der Behandlung von Abschirmungsproblemen und dem Entwurf von neuen Experimenten dient er in energie- und materialabhängiger Form tabelliert als schnelle Entscheidungshilfe. Zur korrekten Interpretation von Messergebnissen ist jedoch in vielen Fällen eine exakte Simulation des diskreten Verhaltens unumgänglich.

2.6 GENAUIGKEIT DER THEORIE

Eine technisch sorgfältige Behandlung aller zum Energieverlust beitragenden Einzelmechanismen wirft natürlich verstärkt die Frage nach der Genauigkeit der benutzten physikalischen Beschreibung auf. Die theoretische Unsicherheit der benutzten Wirkungsquerschnitte ist im einzelnen schwer abzuschätzen und die experimentelle Überprüfung (bisher meist mit Daten aus Experimenten mit kosmischer Strahlung [13-15]) beinhaltet in jedem Fall das Zusammenwirken mehrerer oder aller Prozesse. Die Angaben der hier zitierten Autoren über die Genauigkeit der von ihnen gemachten Näherungen und die Gegenüberstellung mit anderen, mit vergleichbarer Konsequenz durchgeführten Rechnungen [16,17] erlauben jedoch, ein einigermaßen zuverlässiges Vertrauensintervall für die oben vorgestellten Formeln festzulegen.

Für Müonen zwischen etwa 10 und 300 GeV nehmen wir folgende Genauigkeit für die Gültigkeit der obigen Theorien an:

Ionisation $\pm 1\%$, Bremsstrahlung $\pm 10\%$, Paarproduktion $\pm 10\%$ und Kernwechselwirkung $\pm 20\%$. Im konkreten Fall von Müonen der Energie 120 GeV und Eisen ergibt sich damit eine erwartete Genauigkeit der Vorhersage für den totalen Energieverlust von $\pm 1.5\%$ für die arithmetische Mittelung und $\pm 2.5\%$ im Fall der ungünstigsten Kombination der Fehler.

Das im weiteren vorgestellte Experiment erlaubt mit seiner Genauigkeit von einigen 10^{-3} somit eine gute Überprüfung des vorgestellten Gesamtmodells für den Energieverlust.

3. EXPERIMENTELLER AUFBAU

Wie schon eingangs erwähnt wurde die hier beschriebene Messung im Rahmen eines Grossexperiments [1] am CERN durchgeführt. Dazu wurde ein bereits bestehender Aufbau lediglich leicht modifiziert, welches die möglicherweise nicht ganz optimale Anordnung und Auswahl von Detektoren erklärt (Abb.6). Im wesentlichen bestand er aus zwei Spektrometern zur Impulsbestimmung der Müonen vor und nach Durchgang durch ein, Moderator genanntes, langes Target. Ergänzt wurde er durch Instrumente, die die räumliche und zeitliche Selektion der Müonen aus dem Strahl erlaubten. In beiden Spektrometern wurde der Impuls durch Messung der Müonspur vor und nach Durchquerung eines hohen Magnetfeldes ermittelt.

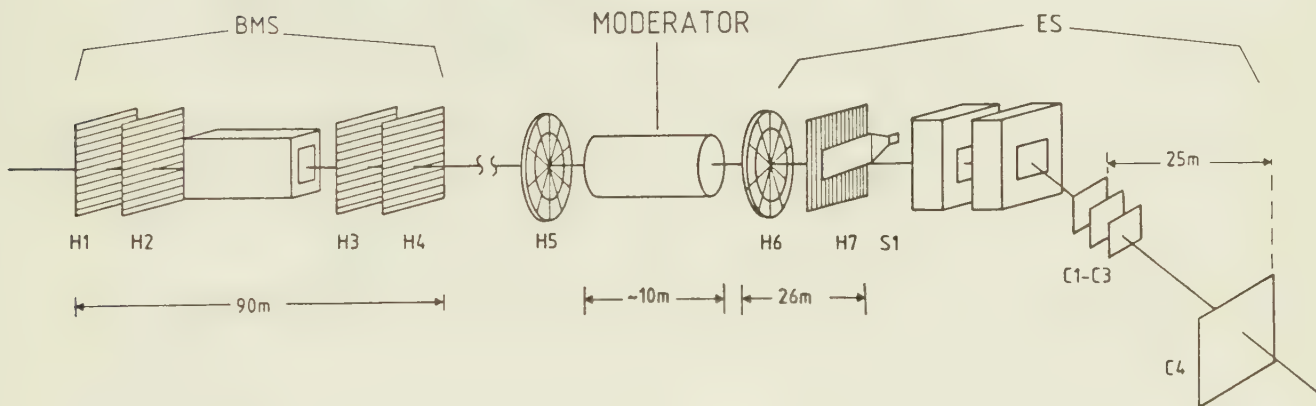


Abbildung 6: Experimenteller Aufbau

3.1 DAS STRAHLIMPULS-SPEKTROMETER

Für das einfallende Müon diente zur Impulsbestimmung der letzte vertikale Ablenkmagnet im Müonstrahlführungssystem (s. Abschnitt 4.1) zusammen mit einer Anordnung von vier horizontal orientierten Streifenhodoskopen (Abb.8), jeweils zwei vor und nach dem Magneten. Der festgelegte (mittlere!) Ablenkwinkel von 24 mrad in dem BMS (Beam-Momentum-Spektrometer = Strahlimpulsspektrometer) genannten System verlangt für eine Impulsbestimmung hoher Auflösung einen grossen Abstand der spurdefinierenden Detektoren. Die Distanz zwischen erstem und letztem Hodoskop beträgt deshalb 90 m !

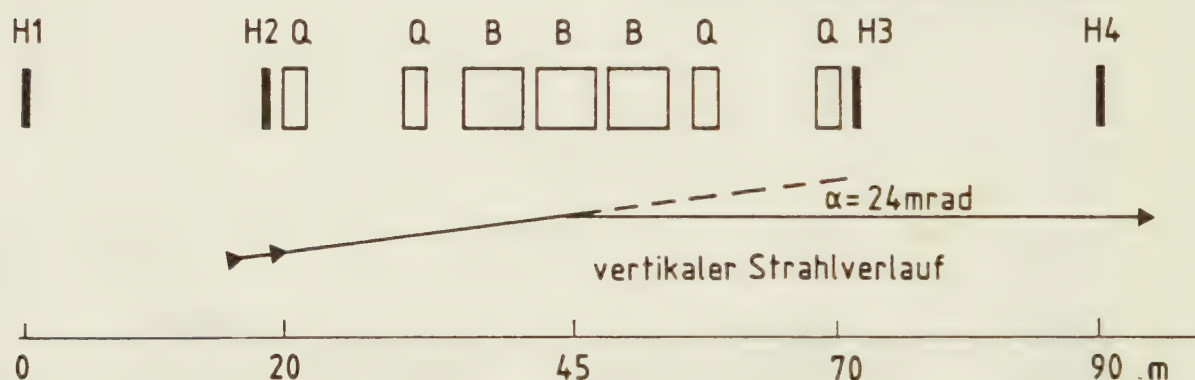


Abbildung 7: Skizze des BMS mit H=Hodoskop, Q=Quadrupol, B=Ablenkmagnet

Da sich Quadrupole zur Strahlfokussierung zwischen den Hodoskopen befinden kann der gemessene Ablenkwinkel individueller Müonen nicht direkt in einen Impulswert umgesetzt werden. Dieser wird darum mittels einer Parametrisierung in getroffene Hodoskopzellen berechnet, deren Koeffizienten aus einer Monte-Carlo-Simulation des Strahlverhaltens bestimmt wurden.

Das Auflösungsvermögen des BMS, im wesentlichen durch die Breite der Szintillatorstreifen von 5mm begrenzt, beträgt so etwa $5 \cdot 10^{-3}$ (σ/p). Die einzelnen Hodoskopzellen sind an TDC's (Time-to-Digital-Converter) zur Zeitdigitalisierung angeschlossen; somit können einerseits die zu einer Müonspur gehörigen Signale eindeutig selektiert werden und andererseits wird die notwendige zeitliche Verknüpfung mit dem restlichen Apparat ermöglicht. Die Absoluteichung des BMS auf eine Genauigkeit von etwa einem Promille stellt ein nicht einfaches Problem dar, auf das im Kapitel 6 noch näher eingegangen wird.

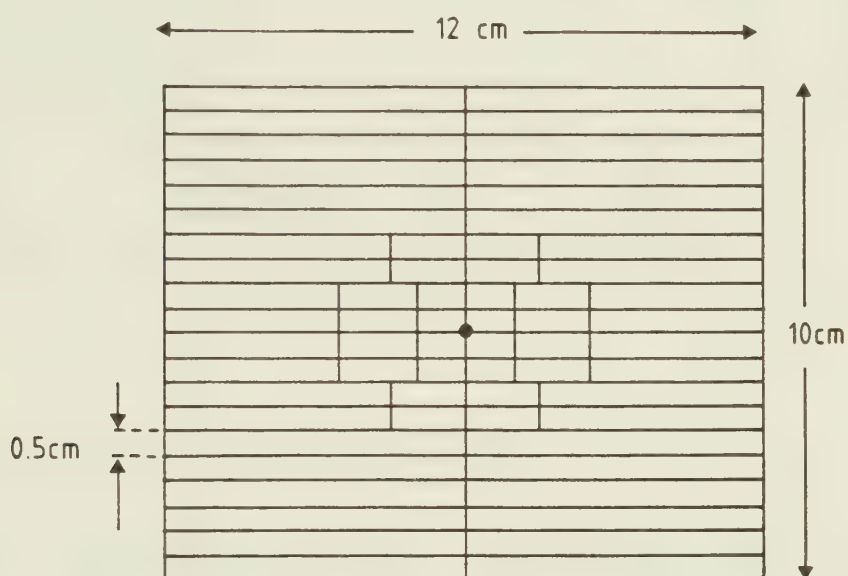


Abbildung 8: Anordnung der Szintillatoren der BMS-Hodoskope

3.2 DAS ENDSPEKTROMETER

Der "Endimpuls" der Müonen (nach Durchgang durch den Moderator), wurde mit dem Endspektrometer (ES) gemessen, welches etwa 120 m strahlabwärts vom BMS aufgebaut war.

3.2.1 Der ES-Magnet

Kernstück ist ein aus zwei gleichen Elementen bestehender Magnet zur horizontalen Ablenkung des Strahls mit einer maximalen integralen Feldstärke von 8 Tm. Die Elemente vom Typ "H" sind charakterisiert durch eine Breite der Polschuhe von 40 cm und eine Höhe des Luftspaltes von 14 cm. Innerhalb dieses "aktiven" Volumens kann der Feldverlauf nur innerhalb einiger Prozent als homogen angesehen werden. Der exakte Feldverlauf wurde deshalb, inklusive des Streufeldes vor und nach dem Magneten sowie zwischen beiden Elementen, punktweise auf einem räumlichen Gitter mit 2 cm Knotenabstand vermessen.

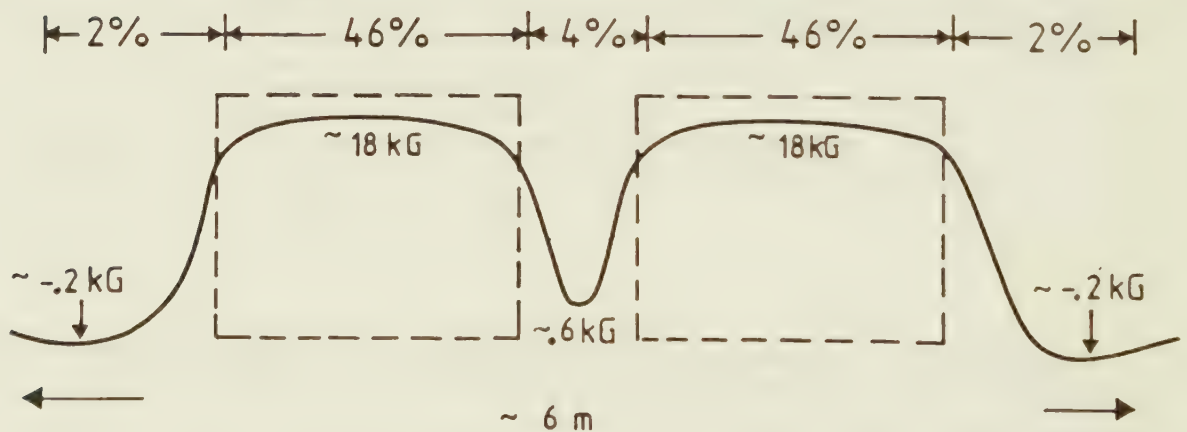


Abbildung 9: Feld im ES-Magneten für $I=990 \text{ A}$ ($\int B dL=7.86 \text{ Tm}$) und prozentuale Anteile einzelner Bereiche am $\int B dL$

Die Kartographierung wurde mit einer computergesteuerten Apparatur vollautomatisch durchgeführt, wobei die drei mittels Hallproben gemessenen Komponenten des Feldes zusammen mit den Koordinaten des jeweiligen Messpunktes auf Magnetband aufgezeichnet wurden. Die Genauigkeit der Einzelwerte war dabei durch die Auflösung von etwa einem Gauss gegeben. Aus technischen Gründen wurden nur repräsentative Teilvolumina vermessen (s. Abb.10), die aber aus Symmetriegründen genügten um das Feld im gesamten aktiven Volumen zu rekonstruieren.

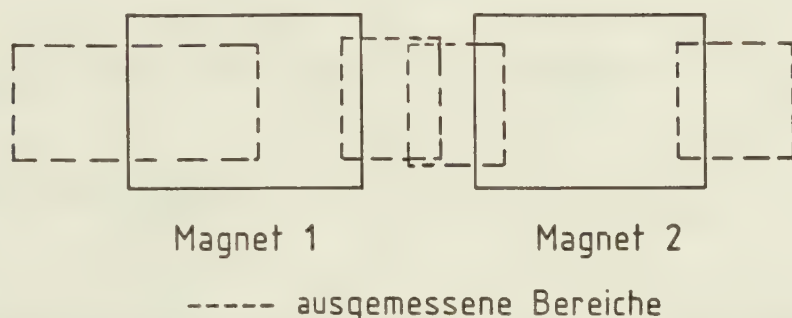


Abbildung 10: Kartographierte Bereiche des ES-Magneten

Auf Grund der Hysteresis ist bei Eisenkernmagneten das Feld nicht eindeutig durch den Wert des Erregerstroms festgelegt. Besonders bei nichtlamierten Magneten, d.h. solchen mit solidem Eisenkern, spielen die "Vorgeschichte" und der Weg, auf dem ein bestimmter Sollwert erreicht wird eine grosse Rolle. Um eine grösstmögliche Reproduzierbarkeit des Feldes zu erreichen, wurde deshalb ein bestimmter Sollwert immer durch schrittweise zyklische Änderung des Stroms über eine Reihe fester Setzwerte angesteuert.

Abb.11 zeigt dieses Verfahren, welches sowohl bei der Vermessung des Feldes als auch im Verlauf des Experiments immer eingehalten wurde.

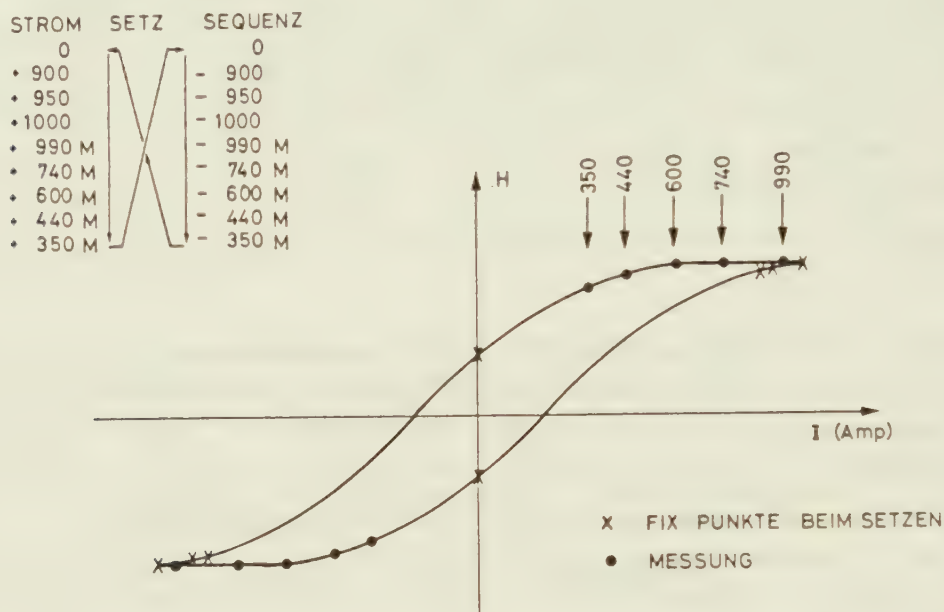


Abbildung 11: Setzverfahren für den ES-Magneten

Zur zusätzlichen Kontrolle waren im Zentrum beider Elemente Hallproben angebracht, deren Wert regelmässig automatisch aufgezeichnet wurde, um so die Reproduzierbarkeit und zeitliche Stabilität eines bestimmten Sollwertes zu überwachen.

Die absolute Genauigkeit mit der die integralen Feldstärken angegeben werden konnten, wurde durch die erwähnte unvollständige Aufzeichnung der Feldkarten begrenzt. Einerseits konnte das Streufeld nicht vollständig ausgemessen werden und andererseits zeigte sich, dass trotz der vorhandenen Symmetrien gleichwertige Bereiche leicht unterschiedliche Messwerte lieferten. Die Übertragung von Werten in nicht kartographierte Gebiete war somit nicht mehr zweifelsfrei. Dies führte zu einer relativen Unsicherheit auf $\int B dL$ von etwa einem Promille. Im weiteren wird man jedoch noch sehen, wie mit Hilfe der experimentellen Ergebnisse eine bessere Kalibrierung möglich war.

3.2.2 Komponenten zur Spurbestimmung

Die zur Impulsbestimmung notwendige Messung der Spur der Müonen wurde vor und nach dem Spektrometermagneten durch unterschiedliche Detektoren bewerkstelligt. Vor dem Magneten wird die Spur durch die im Abstand von -26 m und -1 m befindlichen Hodoskope H6 und H7 definiert. H6 überdeckt mit einer mosaikförmigen Anordnung von 32 Szintillatoren der Dimension von etwa 1 cm x 2 cm eine annähernd kreisförmige Fläche mit 4 cm Radius. H7 ist von ähnlichem Typ wie die Hodoskope im BMS, jedoch mit vertikaler Orientierung der Scintillatoren. Die durch die Geometrie der Hodoskope bedingte Winkelauflösung (in der hier relevanten, horizontalen Projektion) beträgt 0.15 mrad. Die Spur der durch das Magnetfeld abgelenkten Müonen wird dann durch Vieldrahtproportionalkammern (MWPC) registriert. Drei kleine (27 cm x 27 cm) befinden sich dabei direkt (≈ 1 m) hinter dem Magneten und eine grosse (2 m x 1 m) folgt im Abstand von 26 Metern. Die Kammern mit vertikal orientierten Drähten im Abstand von 2 mm messen die Ablenkung in der (horizontalen) x-Koordinate und liefern eine Winkelmessung mit 0.02 mrad Auflösung.

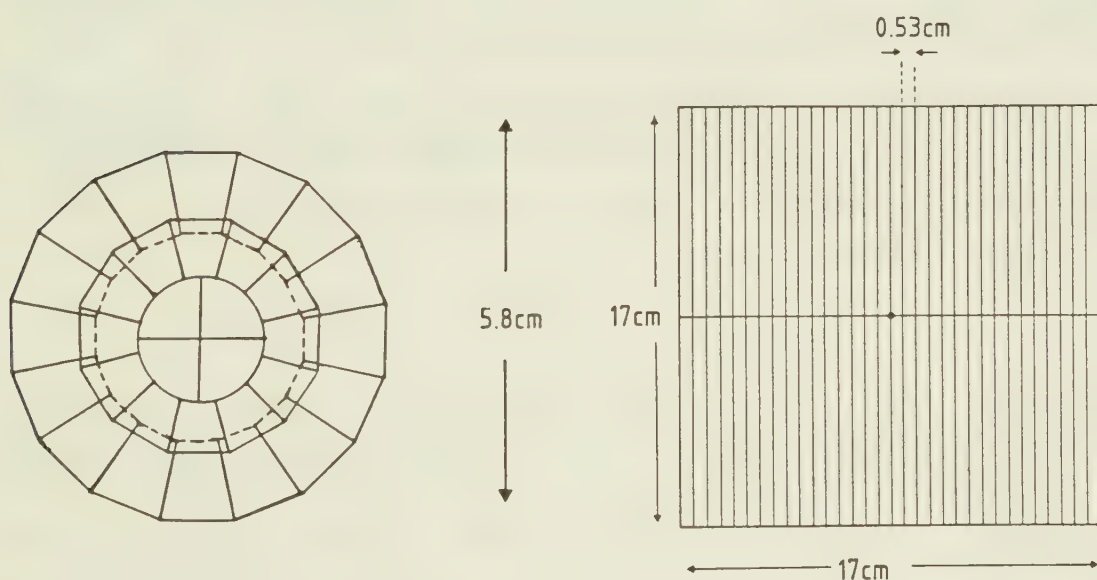


Abbildung 12: Szintillatoranordnung der ES-Hodoskope (a) Mosaiktyp H5 und H6, (b) H7

3.3 DER MODERATOR

Zwischen den Hodoskopen H5 und H6 befand sich eine einfache Haltevorrichtung für den Moderator, die es erlaubte, ihn in kurzer Zeit zwischen den einzelnen Runs im Strahlweg zu positionieren bzw. daraus zu entfernen. Zur Messung wurden zwei verschiedene Moderatoren eingesetzt.

3.3.1 Der Eisenmoderator

Der Grossteil der Energieverlustmessung wurde mit einer Konfiguration aus drei massiven Eisenzylindern mit einem Durchmesser von 15 cm und einer Gesamtlänge von 9.303 m durchgeführt. Die Dichte wurde nach Abschluss des Experiments für alle drei Teilstücke getrennt durch Auswiegen je einer präzisionsgedrehten Teilscheibe bestimmt. Die ermittelten Werte lagen innerhalb eines Intervalls von 2% und führten mit der erzielten Messgenauigkeit zu einer mittleren Dichte für den Eisenmoderator von $\rho_{FE} = 7.837 \pm .002 \text{ g/cm}^3$ und damit einer dem Strahl ausgesetzten Massenbelegung von $7.292 \pm .002 \text{ kg/cm}^2$.

Die vom Hersteller angegebenen Verunreinigungen von etwa 2% Kohlenstoff, 0.7% Phosphor und 0.05% Schwefel werden im weiteren vernachlässigt, da sie den zu messenden Energieverlust um nicht mehr als $1 \cdot 10^{-4}$ beeinflussen.

3.3.2 Das Kohlenstofftarget

Als zweiter Moderator wurden zwei Targets des Experiments zur tiefinelastischen Müonstreuung verwendet. Die in ihren Abmessungen identischen Targets von 504 cm Länge und 12 cm Durchmesser bestanden aus einer Mischung aus 70% Kohlenstoff und 30% Bor. Messung und Wägung verschiedener Teilstücke ergab eine mittlere Dichte von $\rho_{C/B} = 2.132 \pm .004 \text{ g/cm}^3$ und eine Gesamtmassenbelegung von $2.149 \pm .004 \text{ kg/cm}^2$.

Die experimentelle Einschränkung des Müonstrahls durch die Hodoskope H5 und H6 auf etwa 7cm Durchmesser gewährleistete den vollständigen Verlauf aller Müontrajektorien im jeweiligen Moderator.

3.4 EXPERIMENTELLE ERSCHWERNISSE

Mit dem soweit beschriebenen Aufbau sollte sich die Ermittlung des Energieverlustes individueller Müonen im Prinzip relativ einfach gestalten. In der Realität erschwerten jedoch etliche, wegen der Benutzung eines bestehenden Aufbaus nicht vermeidbare, Hindernisse die Analyse. Die gravierendsten seien im folgenden erläutert:

3.4.1 Fremdmaterial im Strahlweg

Zwischen H6 und H7 befanden sich die Eisentoroide des Hauptexperiments, deren auf die Strahlachse zentrierte Bohrung von 50cm Durchmesser 12 über die ganze Länge gleichverteilte, Polyäthylenblöcke von 12cm Länge und 15cm Durchmesser enthielt (s. Abb.13). Diese dienten zu einer unmittelbar vor und nach dem hier behandelten Experiment durchgeführten Testmessung und konnten in der Kürze der Zeit nicht entfernt werden. Der Energieverlust in diesen Targets führte zu einem

a priori Unterschied des im BMS und ES zu messenden Impulses und erschwerte somit die Interkalibrierung beider Spektrometer mit Hilfe einer "Leermessung" (d.h. ohne Moderator). Ausserdem verringerte die Vielfachstreuung der Müonen in diesem Material die Genauigkeit der Winkelbestimmung im "Vorwärtsarm" des Endspektrometers. Zudem musste noch das Material der Hodoskope (ca. 30g/cm^2) und, da der Strahl nicht im Vakuum verlief, die Dicke der zwischen BMS und ES durchquerten Luftschicht (ca. 18g/cm^2) berücksichtigt werden. Insgesamt ergab sich so eine Gesamtmassenbelegung für das "Fremdmaterial" von 185g/cm^2 . Der dadurch erzeugte Energieverlust betrug im Mittel 460 MeV .

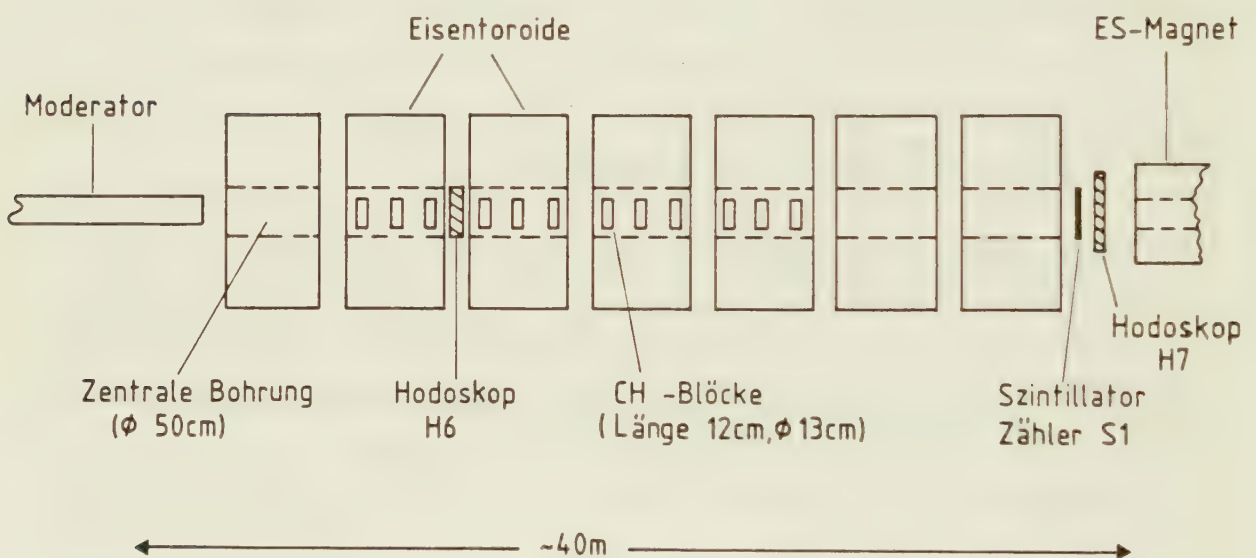


Abbildung 13: Tatsächliche Verhältnisse zwischen Moderator und ES-Magnet

3.4.2 Anordnung und Zuverlässigkeit der Vieldrahtkammern

Die Vieldrahtkammern waren versetzt zur durch das ES verlängerten Strahlachse installiert und erlaubten so keine Messung ohne Ablenkkfeld. Eine direkte Messung der relativen Ausrichtung der Detektoren vor und nach dem ES-Magneten war somit nicht möglich. Die durch Anordnung und Grösse der MWPC's limitierte Impulsakzeptanz war ausserdem eine Funktion der Stärke des Ablenkkfeldes und des einfallenden Phasenraumes und musste deshalb für alle Einzelfälle durch eine Simulationsrechnung bestimmt werden.

Die Ansprechwahrscheinlichkeit der Kammern betrug im Mittel nur etwa 90%. Hierbei wurden sowohl grosse Unterschiede von Draht zu Draht, als auch starke zeitliche Schwankungen beobachtet. Die Erklärung dafür ist, dass dieser Detektorteil mit Schaltkreisen bestückt war, die zu unterschiedlich waren, um auf die für alle Drähte gemeinsam angelegten Steuerspannungen für Diskriminatorschwellen und Signalverzögerung gleich zu reagieren. Besonders auf Grund der zeitlichen Schwankung war es nicht möglich, die Daten auf die beobachtete Ansprechwahrscheinlichkeit zu korrigieren. Jedoch lieferte, wie später noch gezeigt wird [Kapitel 11], die Vielzahl redundanter Messungen eine Möglichkeit, den dadurch verursachten systematischen Fehler abzuschätzen.

TABELLE 2

Zusammenstellung einiger Charakteristika des experimentellen Aufbaus

BMS		
Ablenkwinkel	fest	24 mrad
Auflösung		$\sigma p/p \sim 5\%$
Detektoren	Hodoskope H1-H4	
ES		
Ablenkwinkel		$\sim 10 - 100 \text{ mrad}$
$\int \text{BdL} \quad [\text{Tm}]$	7.86 (I), 7.06 (II), 6.34 (III)	
		5.1 (IV), 4.1 (V)
Auflösung		$\sigma p/p \sim 4 - 10 \%$
Detektoren		
Vorwärtsarm	Hodoskope H6-H7	Abstand $\sim 26 \text{ m}$
Ablenkseite	Proportionalkammern C1, C2, C3 - C4	
		Abstand $\sim 24 \text{ m}$
Moderatoren		
Eisen	9.303m $\triangleq$ 7.3	kg/cm ²
Kohlenstoff/Bor	10.080m $\triangleq$ 2.15	kg/cm ²
Fremdmaterial		185 g/cm ²

4. DURCHFÜHRUNG DES EXPERIMENTES

4.1 DER MÜONSTRAHL

Das Experiment wurde am CERN-SPS Müonstrahl durchgeführt, der im folgenden kurz beschrieben wird. Protonen, die im SPS (Super-Proton-Synchrotron) auf etwa 400 GeV beschleunigt wurden, werden kontinuierlich über einen Zeitraum von ≈ 1.5 Sekunden extrahiert und auf ein Produktionstarget (Beryllium) gelenkt. Die dort hauptsächlich produzierten Kaonen und Pionen werden mit einem Ablenkmagneten vom restlichen Protonenstrahl getrennt und können im anschliessenden Zerfallskanal von etwa 600 m Länge, dessen Optik gleichzeitig ein bestimmtes Impulsband selektiert, weiter in Müonen zerfallen. In einem anschliessenden Beryllium-Absorber von 10 m Länge werden die nicht zerfallenen Hadronen (ca. 95% !) ausgefiltert und der nun übrigbleibende Müonstrahl trifft nach einer Strecke von 500 Metern, auf der er noch weiter fokussiert und kollimiert wird, auf das Experiment. Mit $30 \cdot 10^{11}$ pro Beschleunigungszyklus extrahierten Protonen lassen sich so, abhängig von der selektierten Müonenergie, Strahlintensitäten von bis zu einigen 10^7 Müonen pro Sekunde erreichen.

4.2 CHARAKTERISTIK DES MÜONSTRAHLS

Der Phasenraum des Strahls am Experimentierort wird in allen Koordinaten gut durch Normalverteilungen charakterisiert. In einem räumlichen Koordinatensystem mit der Z-Achse in Strahlrichtung betragen die RMS-Werte für die laterale Ausdehnung $\sigma_{x,y} = 2$ cm und für den Divergenzwinkel $\sigma_{\Theta} = 0.2$ mrad; die Breite des Impulsspektrums σ_p ist typisch 4% des Nominalimpulses. Durch einfache Umkehr aller Magnetfelder im Strahltransportsystem können wahlweise positive und negative Müonen selektiert werden.

4.3 TRIGGERENTSCHEIDUNG

Der Trigger (Auslöser) signalisiert die Anwesenheit eines "Ereignisses" und initialisiert die Auslese der zu den einzelnen Detektoren gehörigen Speicherelektronik. Die sonst häufig schwierige Definition des Ereignispatterns stellte im Fall des vorliegenden Experiments kein Problem dar, da praktisch alle mit dem Strahl einfallenden Müonen experimentell verwertbar waren. Der Trigger diente hier deshalb im wesentlichen zur Auswahl der zeitliche Korrelation von Detektorsignalen und zur räumlichen Präselektion der Müonenspuren vor und nach dem Moderator. Zu diesem Zweck wurden die zwei Hodoskope vom Mosaiktyp (H5 und H6) zusammen mit einem einfachen Szintillationszähler S1 (20 cm x 10 cm, unmittelbar vor Hodoskop 7) verwendet. Die Signale der 32 einzelnen Elemente von H5 und H6, die eine Kreisfläche mit 2.8 cm Radius überdecken, wurden jeweils in einem ODER zusammengefasst und dann mit einem Signal von S1 in einer Koinzidenzeinheit zusammengeführt. Eine zeitliche Koinzidenz dieser drei Signale innerhalb von 20 Nanosekunden ergab dann das Triggersignal. Diese recht lockere Bedingung wurde von etwa der Hälfte der einfallenden Müonen erfüllt. Bei einer gewählten Strahlintensität von 10^5 Müonen pro Spill (Extraktionspuls) wäre somit eine Auslesegeschwindigkeit von weniger als 10 Mikrosekunden pro Ereignis notwendig gewesen - eine Anforderung der weder die Speicherelektronik noch das Rechnersystem gewachsen war. Das verwendete System aus einem Hewlett-Packard HP-21MX-E Rechner und CAMAC-kontrollierter Ausleseelektronik hatte eine typische Totzeit von 2 Millisekunden und erlaubte so die Aufzeichnung von etwa 800 Ereignissen pro 1.5 Sekunden Spilldauer. Während der Totzeit für die Auslese wurde der Trigger durch ein "Inhibit"-Signal blockiert.

4.4 DAS MESSPROGRAMM

Um ein Energieverlustspektrum zu erhalten hätte es, im Idealfall, nun genügt für einen bekannten Feldwert im ES die Differenz zwischen dem dort ermittelten Impuls und dem durch das BMS bestimmten für eine grosse Zahl von Ereignissen aufzutragen. Bereits in Hinblick auf die unter (3.4) genannten Probleme wurde jedoch für jede Kombination aus Strahlenergie und Moderator eine ganze Reihe einzelner Messungen durchgeführt.

- Um jeweils verschiedene Bereiche der MWPC's zu beleuchten und um die (nicht durchführbare) Messung ohne Ablenkfeld zu ersetzen wurde jedes Spektrum für verschiedene feste Werte des ES-Magneten aufgezeichnet.
- Für jeden einmal gesetzten Strom im BMS wurden drei solcher Messgruppen nacheinander ausgeführt, d.h. jede Energieverlustmessung wurde von zwei "Leermessungen" (ohne Moderator) zur Kontrolle von Eichung und zeitlicher Stabilität eingeschlossen.
- Solche Dreier-Sequenzen wurden für die verschiedenen Strahlenenergien E_i und Polaritäten in der Form $E_1^+-E_1^--E_1^+$, $E_2^+-E_2^--E_2^+$, etc. aneinandergereiht.

Tab.14 gibt eine Übersicht über alle Messungen. Dabei sei noch angemerkt, dass zu Eichzwecken zwei zusätzliche Leermessungen bei +35 GeV und +100 GeV genommen wurden.

Moderator

Strahl energie	+35	+50	- 50	+65	-65	+100	+110	+120	-120
"leer"	1	4	2	4	2	1	2	3	2
Eisen	-	2	1	2	1	-	1	2	1
C/B Mischung							1	1	1
ES Felder pro Meßgruppe	4					3			
BMS setzung	1	2	1	2	1	1	1	2	1

Abbildung 14: Anzahl der unter den verschiedenen Bedingungen ausgeführten Messgruppen

Insgesamt ergab sich so ein Messprogramm von 118 einzelnen "Runs" (Durchläufen), das jedoch innerhalb von zwei Tagen absolviert werden konnte. Typisch wurden dabei pro Leermessung 10.000 und mit Moderator 30.000 Ereignisse aufgezeichnet (doppelt so viel bei negativer Strahlpolarität). Das Rohdatenensemble umfasste ca. 4.3 Millionen Ereignisse.

5. EREIGNISSREKONSTRUKTION UND -SELEKTION

Die Analyse der auf Magnetband aufgezeichneten Daten wurde in zwei Schritten durchgeführt. Im ersten wurden alle unvollständigen oder mehrdeutigen Ereignisse verworfen und einige Schnitte bezüglich geometrischer Parameter angebracht. Für alle Ereignisse des so erhaltenen Datensatzes wurden dann die für die eindeutige Beschreibung der Müonspuren notwendigen Parameter auf ein DST (Data Summary Tape) übertragen. Die Zahl der Ereignisse reduzierte sich so auf etwa die Hälfte, die Zahl der Magnetbänder von 30 auf 6, was eine weitere Bearbeitung der Daten erheblich erleichterte. In der zweiten Stufe wurde das exakte Impulsbestimmungsverfahren (siehe 5.3) angewendet und nach weiteren Schnitten auf das Impulsspektrum im BMS und ES sowie auf die räumliche Akzeptanz das endgültige Energieverlustspektrum erstellt.

5.1 SCHNITTE AUF DIE DATEN

In der ersten Stufe mussten folgende Bedingungen für ein Ereignis erfüllt sein:

- Eindeutiges Signal (nur ein oder zwei aneinandergrenzende Szintillatoren) in allen Hodoskopen;
- Ein und nur ein Signal in der grossen und in mindestens zwei der drei kleinen Kammern;
- Abstand der beiden, in den Schwerpunkt des ES-Feldes verlängerten, Teile einer Müonspur kleiner als 2 cm.

Die hohe Statistik im Rohdatenensatz erlaubte die Anwendung harter Schnitte auf die zeitliche Koinzidenz aller Signale. Um eine eindeutige Zuordnung von Spuren in den ES-Kammern zur "Hodoskopspur" vor dem

ES zu gewährleisten wurde zudem eine zeitliche Isolation der letzteren innerhalb 100 Nanosekunden gefordert. Die Forderung eines Signals in mindestens zwei der drei kleinen MWPC's lieferte ein Minimum an Redundanz für die Spurbestimmung in diesem Detektorteil.

5.2 EREIGNISAUSWAHL FÜR DIE ENDGÜLTIGEN SPEKTREN

Hier wurden im wesentlichen drei weitere Schnitte angebracht:

- Einschränkung des erlaubten Müonimpulses im BMS auf $\pm 8\%$ des nominalen Strahlimpulses ($\approx \pm 2\sigma$).
- Weitere räumliche Eingrenzung der Müonspur im ES. Dadurch wurde erreicht, dass die Müonen ein Volumen des Magneten durchquerten, in dem der Feldverlauf hinreichend homogen war.
- Schnitt auf das Verhältnis von BMS-Impuls zu ES-Impuls. Dieser Schnitt verwirft den Bereich hoher Energieüberträge. Durch die steil abfallenden Wirkungsquerschnitte finden sich dort nur relativ wenige Ereignisse, die jedoch durch ihr hohes Gewicht und die zu erwartenden statistischen Fluktuationen die Genauigkeit einer Mittelwertbestimmung reduzieren. Auch kann der im wesentlichen flache Untergrund von falsch rekonstruierten Ereignissen dort nicht mehr vernachlässigt werden.
- Aus dem gleichen Grund wird auch ein Schnitt am niederenergetischen Ende des Energieverlustspektrums gemacht.

5.3 DAS IMPULSBESTIMMUNGSVERFAHREN

Die einfachste Methode der Impulsbestimmung hochenergetischer geladener Teilchen besteht in der Messung ihres Ablenkswinkels nach Durchgang durch ein (möglichst hohes) Magnetfeld. Hierbei gilt:

$$p = \frac{\int B dL}{\sin(\alpha)}$$

$\int B dL$ ist dabei die integrale Feldstärke entlang der Spur und senkrecht auf die Ablenkebene, α ist der Winkel zwischen ursprünglicher und abgelenkter Teilchentrajektorie. Für ein exakt homogenes Feld bekannter Stärke und Dimension genügt also die Messung des Ablenkswinkels zur Bestimmung des Impulses. Die Feldvermessung für den ES-Magneten zeigte jedoch relativ hohe räumliche Variationen der Feldstärke und somit ortsabhängige Werte für $\int B dL$. Zur Veranschaulichung sind in Abb. 15 die Abweichungen von $\int B dL$ für zur Magnetachse parallele Linien relativ zum Zentralwert angegeben.

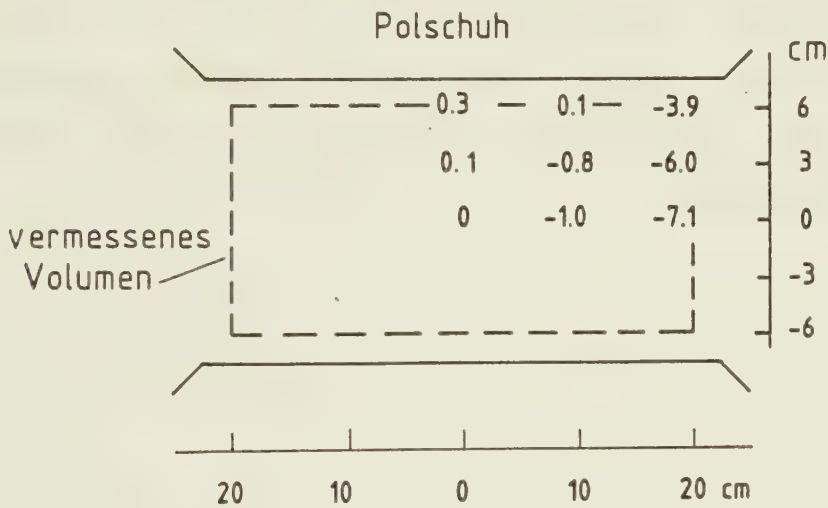


Abbildung 15: Prozentuale Abweichung von $\int B dL$ für verschiedene Wege parallel zur Magnetachse.

Die Messung des Ablenk winkels alleine reicht in diesem Fall nicht mehr aus um den Impuls genau genug zu errechnen. Im Prinzip benötigt man noch den genauen Wert des zu jeder einzelnen Spur gehörigen Feldintegrals. Da die Trajektorie jedes Teilchens andererseits aber auch von seinem Impuls abhängt müsste ein relativ zeitraubendes iteratives Verfahren angewendet werden. Im vorliegenden Fall wurde deshalb ein anderer Weg eingeschlagen. Aus dem Experiment sind ausser der Orientierung der ein- und auslaufenden Müonspur auch Ein- und Austrittsort des Müons aus dem aktiven Feldvolumen bekannt. Mit Hilfe des präzise kartographierten Feldes versucht man nun eine Parametrisierung des Müonimpulses in den unmittelbar messbaren Grössen zu finden. Dazu werden in einem Simulationsprogramm einige tausend Müonen aus einem grossen Phasenraumvolumen mit Hilfe eines Standardverfahrens (Runge-Kutta) durch das Magnetfeld verfolgt. Für jedes Müon werden neben seinem Impuls auch die im Experiment messbaren Grössen gespeichert. Anschliessend wird der so erhaltene Datensatz, um die weitere Behandlung zu erleichtern, einer "principal components analysis" [18] unterzogen. Durch eine lineare Transformation des durch die Messwerte aufgespannten Koordinatensystems versucht man einen neuen Satz von Variablen zu finden, der eine einfachere Beschreibung der Datenverteilung erlaubt. Dabei lässt sich häufig (so auch im vorliegenden Fall) die Dimensionalität der Datenvektoren durch Vernachlässigung der als wenig signifikant erkannten Komponenten reduzieren. Anschliessend wird ein vieldimensionales Fitverfahren [19] auf den so transformierten Datensatz angewendet.

Im vorliegenden Fall wurden dabei die besten Resultate erzielt, indem nicht direkt der Impuls, sondern die Grösse $p \cdot \sin(\alpha)$ gefittet, also eine Parametrisierung von $\int B dL$ ermittelt wurde. Diese Parametrisierung wurde dann mit einem zweiten, statistisch unabhängigen MC-Datensatz getestet. Die Verteilung der Differenz zwischen vorgegebenem und rekonstruiertem Impuls erwies sich in allen Fällen als normalverteilt. Die Auflösung (also Rekonstruktionsgenauigkeit) $\sigma_p/p = 1.5 \cdot 10^{-3}$ war dabei klein gegen die apparativ bedingte und die mittlere Abweichung des rekonstruierten vom erzeugten Impuls besser als $2 \cdot 10^{-5}$ ($\Delta p/p$).

Ein ähnliches Verfahren wurde übrigens auch für das BMS benutzt. Dort ist der Feldverlauf im eigentlichen Ablenkmagneten zwar sehr homogen, jedoch erfordern die zwischen den Hodoskopen befindlichen Quadrupole zur Strahlfokussierung die Heranziehung einer solchen Methode. Die Parametrisierung für das BMS wurde von der CERN Müonstrahlgruppe zur Verfügung gestellt [20].

6. KALIBRIERUNG MIT HILFE DER LEERMESSUNG

Wie schon weiter oben gesagt, konnte die Information aus Runs (Datenläufen) ohne Moderator benutzt werden, um die relative Kalibration der Apparatur zu ermitteln. Weiterhin dienten sie auch zur Bestimmung der apparativen Auflösung und zur Abschätzung der systematischen Fehler. Die gesuchte Information wurde dabei jeweils den resultierenden ΔE -Spektren entnommen, d.h. der Verteilung der Differenz zwischen dem im BMS und ES gemessenen Impuls.

6.1 INTERPRETATION DER ΔE -SPEKTREN

Diese Spektren reflektieren dabei sowohl den Energieverlust im Fremdmaterial (CH_2 -Blöcke, Hodoskope, Luft etc.) als auch Unterschiede in der Eichung der beiden Spektrometer. Durch den sehr kleinen Energieverlust im Fremdmaterial (≈ 500 MeV) sind die gemessenen Verteilungen praktisch symmetrisch und ihre Breite wird im wesentlichen durch die apparative Auflösung bestimmt. Sowohl der asymmetrische Ausläufer zu höheren Energieüberträgen, erzeugt durch die stochastischen Fluktuationen des Energieverlustes, als auch ein flacher Untergrund falsch rekonstruierter Ereignisse beeinflussen jedoch eine rein rechnerische Bestimmung des als charakteristische Grösse verwendeten Mittelwertes. Um einen direkten Vergleich mit Monte-Carlo-erzeugten Spektren zu erlauben und ausserdem den Einfluss notwendiger Schnitte ober- und unterhalb des Maximums der Verteilung weitgehend einzuschränken, wurde deshalb jeweils eine Normalverteilung angepasst. Im weiteren werden der Mittelwert ΔE_M und die Standardabweichung $\sigma_{\Delta E}$ dieser Normalverteilung verwendet.

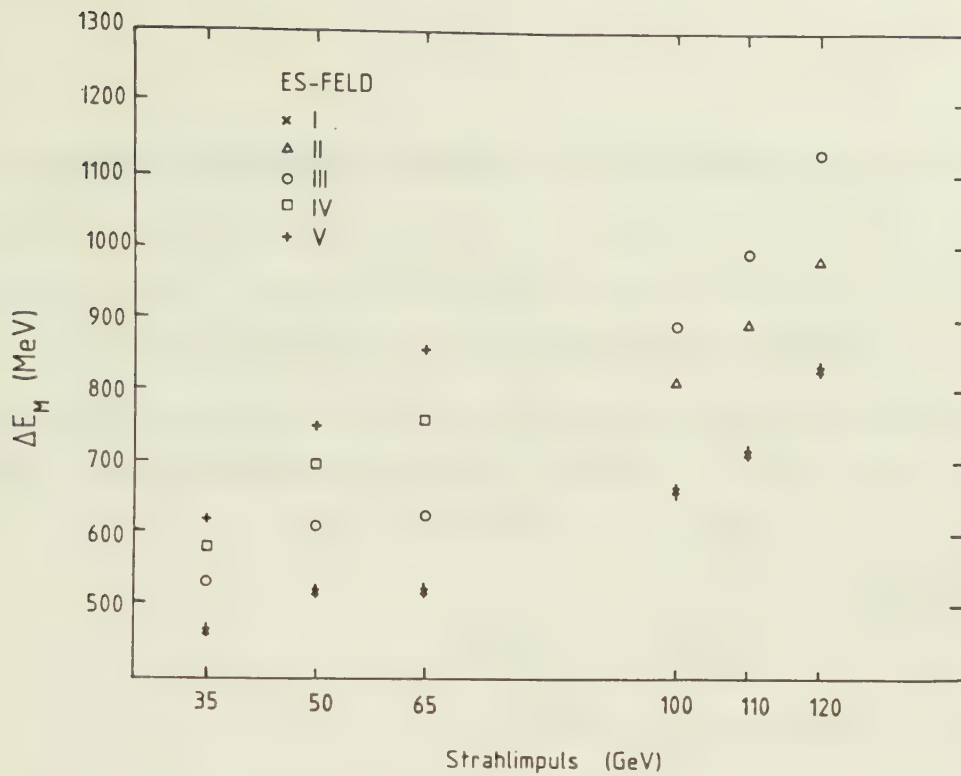


Abbildung 16: Mittlere Energiedifferenz zwischen BMS und ES für die jeweils erste Leer-Messgruppe der benutzten Strahlenergien

Aus der graphischen Darstellung der Mittelwerte für alle verwendeten Strahlenergien und Magnetfelder im Endspektrometer in Abb. 16 lässt sich folgendes leicht ersehen:

- Verschiedene Felder im ES führen zu systematisch verschiedenen Werten von ΔE_M .
- Diese Werte wachsen mit steigender Strahlenergie, und zwar mehr als proportional.

Zur Erklärung lassen sich nun folgende Überlegungen anstellen:

6.2 URSACHEN FÜR SYSTEMATISCHE VERSCHIEBUNGEN

Die Impulsbestimmung im ES stützt sich im wesentlichen auf zwei Größen - die integrale Feldstärke BdL und den Ablenkwinkel. Die Ursachen für einen möglichen systematischen Fehler in $\int \text{BdL}$ sind bereits oben besprochen (Kapitel 3).

6.2.1 Ausrichtung der Detektoren

Da eine Messung mit unabgelenktem Strahl aus Akzeptanzgründen nicht möglich war, ist zur Winkelbestimmung eine genaue Kenntniss der Detektorposition in der Ablenkrichtung notwendig. Diese Position war im Prinzip durch eine Triangulationsmessung der CERN Geodäsiegruppe ermittelt worden. Für die Kammern wurde sie mit einer Genauigkeit von ± 1 mm und für die Hodoskope auf ± 2 mm angegeben. Eine mögliche Abweichung der wirklichen Position innerhalb dieser Fehler ergibt eine Winkeländerung von maximal einem zehntel Milliradian - eine bei typischen Ablenkwinkeln zwischen 10 und 50 mrad nicht zu vernachlässigende Korrektur.

6.2.2 Setzgenauigkeit des BMS

An dieser Stelle muss auch das bisher noch nicht näher betrachtete Problem der Kalibrierung des Strahlimpulsspektrometers diskutiert werden. Sowohl die Ausmessung des Feldes als auch des mittleren Ablenkwinkels war dort mit grosser Präzision vorgenommen worden. Im Gegensatz zum ES konnte jedoch kein definiertes Setzverfahren für den

Erregerstrom angewendet werden; dies führte auf Grund von Hysteresiseffekten zu relativen Abweichungen vom Nominalwert von einigen 10^{-3} . Bei einer Bestimmung der totalen Ablenkkraft mittels der Induktion in einer durch alle drei BMS-Magnete gezogenen Leiterschleife wurde auch die Grösse dieser Hysteresiseffekte ermittelt. Die maximal erreichbare Hysteresisdifferenz (s. Abb. 17) wurde dabei für die bei 60 GeV bzw. 120 GeV benötigten Feldwerte zu 6.5 % und 3 % vom jeweiligen Wert von $\int \text{BdL}$ bestimmt.

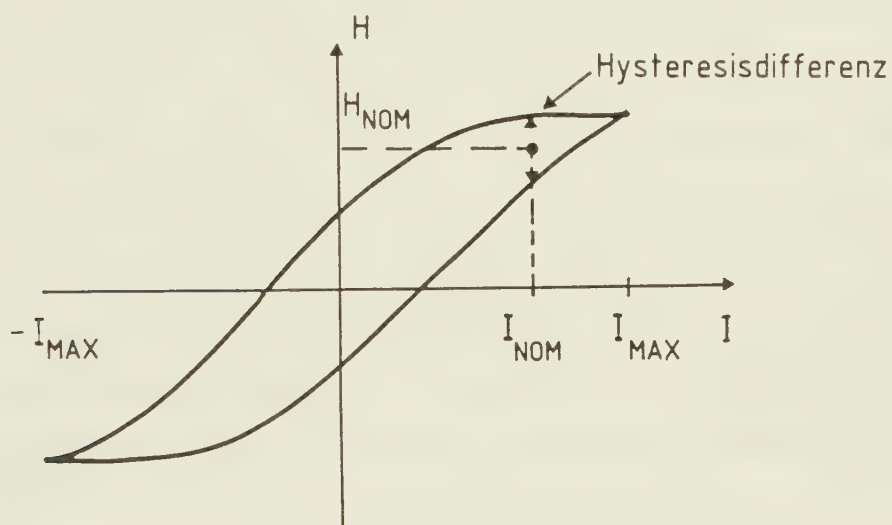


Abbildung 17: Veranschaulichung des Hysteresiseffekts

Auf Grund ihrer Position nahe den Polschuhen der Magnete erwiesen sich die zur Feldüberwachung installierten Hallsonden als relativ empfindlich auf die dort stärkere lokale Sättigung. Abweichungen in $\int \text{BdL}$ durch Hysterese wurden in ihnen deshalb um einen Faktor zwei bis drei verstärkt wiedergegeben. Da eine exakte Bestimmung des Proportionalitätsfaktors jedoch unmöglich war, konnten die Hallsondendaten nicht zu einer Korrektur der Kalibration benutzt werden. Die für verschiedene Einstellungen des gleichen Nominalwertes im BMS in den Daten beobachteten systematischen Unterschiede waren jedoch in jedem Fall in

qualitativer Übereinstimmung mit in den Hallsonden beobachteten Änderungen.

Die maximale erwartete Abweichung vom Nominalfeld bei 120 GeV von nur $\pm 1.5 \cdot 10^{-3}$ ermöglichte andererseits mit Hilfe der bei dieser Energie gemessenen Kalibrierungsruns eine Festlegung der Absoluteichung des ES auf etwa 2%. Umgekehrt kann damit dann die Kalibration des BMS für die niedrigen Energien verbessert werden.

6.3 ERMITTLUNG DER KALIBRATIONS KORREKTUREN

Unter Berücksichtigung aller eben beschriebenen systematischen Abweichungen kann man nun folgenden Ansatz zur Beschreibung der gemessenen Impulsdifferenz machen:

$$\Delta E_M = \Delta E_F + \Delta_{BMS} + p \cdot (\Delta B_i / B_i - (p / \int B dL_i) \cdot \Delta \alpha) \quad (6.1)$$

Dabei sind ΔE_M die gemessene Differenz, ΔE_F der Energieverlust im Fremdmaterial, Δ_{BMS} eine Kalibrationskorrektur für das BMS, $\Delta \alpha$ eine feste Winkelkorrektur im ES und ΔB_i die Eichabweichungen der verschiedenen ES-Felder. Mit Hilfe der verschiedenen Messungen unter Variation von Strahlenergie und Feld im Endspektrometer können die Werte $\Delta \alpha$ und ΔB_i bestimmt werden. Jedoch lässt sich auch damit ein gemeinsamer Eichfaktor in BMS und ES nicht ausschliessen, eine Tatsache die bei der Diskussion der systematischen Fehler noch berücksichtigt werden wird. Für den Augenblick sei das Problem der Absoluteichung hintenangestellt und als Fixpunkt für die Relativeichung wird, etwas willkürlich, $\Delta_{BMS} = 0$ bei der Messung mit 100 GeV Strahlenergie angenommen.

Auf Grund der schon an anderer Stelle (Abschnitt 2.5) erwähnten Diskrepanz zwischen mittlerem Energieverlust dE/dx und dem Maximum der Verteilung wurde der oben verwendete Wert ΔE_F , in analoger Weise zu ΔE_M , aus einem für die jeweilige Strahlenergie generierten Monte Carlo Spektrum (siehe Kapitel 9) ermittelt. Nach seiner Subtraktion von den experimentellen Werten können die freien Parameter ΔB_i und $\Delta \alpha$ in (6.1) an die so erhaltenen Residuen angepasst werden (s. Abb. 18).

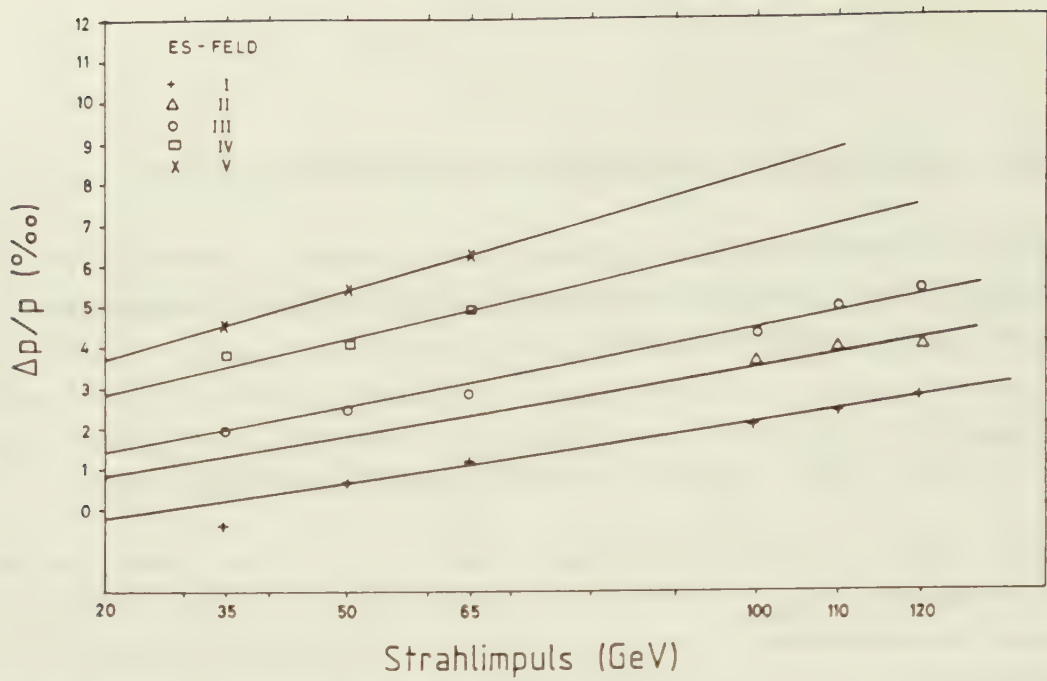


Abbildung 18: Beschreibung der gemessenen Residuen durch Anpassung von Kalibrationskorrekturen

In Tabelle 3 sind die so bestimmten Kalibrationskorrekturen für das Endspektrometer aufgeführt.

TABELLE 3

Aus den Leermessungen ermittelte Kalibrationskorrekturen

ES-Feld	I	II	III	IV	V
$\Delta B_i/B_i$ [10^{-3}]	-0.9	-0.1	+0.7	+1.9	+2.5
ES-Geometrie	$\Delta\alpha = 0.07$ mrad				

Sowohl die Winkelkorrektur als auch die notwendigen Feldadjustierungen liegen im Bereich der erwarteten Genauigkeit der verwendeten Nominalwerte. Korrigiert man die Daten auf diese so ermittelten Kalibrationsfehler, so stellt die noch übrigbleibende systematische Impulsdifferenz die Abweichung des jeweiligen Setzwertes des BMS vom Nominalwert dar. In Abbildung 19 u. 20 sind diese Residuen in Gruppen der zu einem BMS-Setzwert gehörenden Leer-Runs aufgetragen. Die Mittelwerte über jede Gruppe, die dann als Kalibrationskorrektur für die jeweils dazugehörigen Energieverlustmessungen mit Moderator verwendet wurden sind als gestrichelte Linien eingezeichnet. Sie sind in Tab. 4 noch einmal aufgelistet.

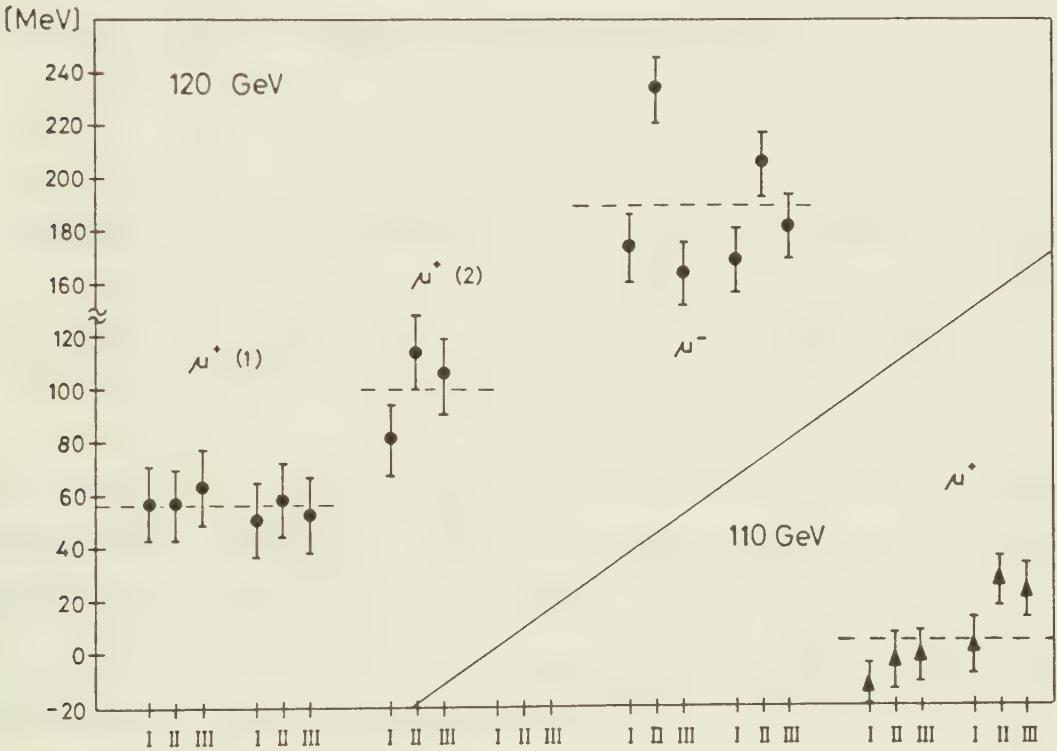


Abbildung 19: Residuen (nach Korrektur der ES-Kalibration) für alle Leerruns bei 110/120 GeV

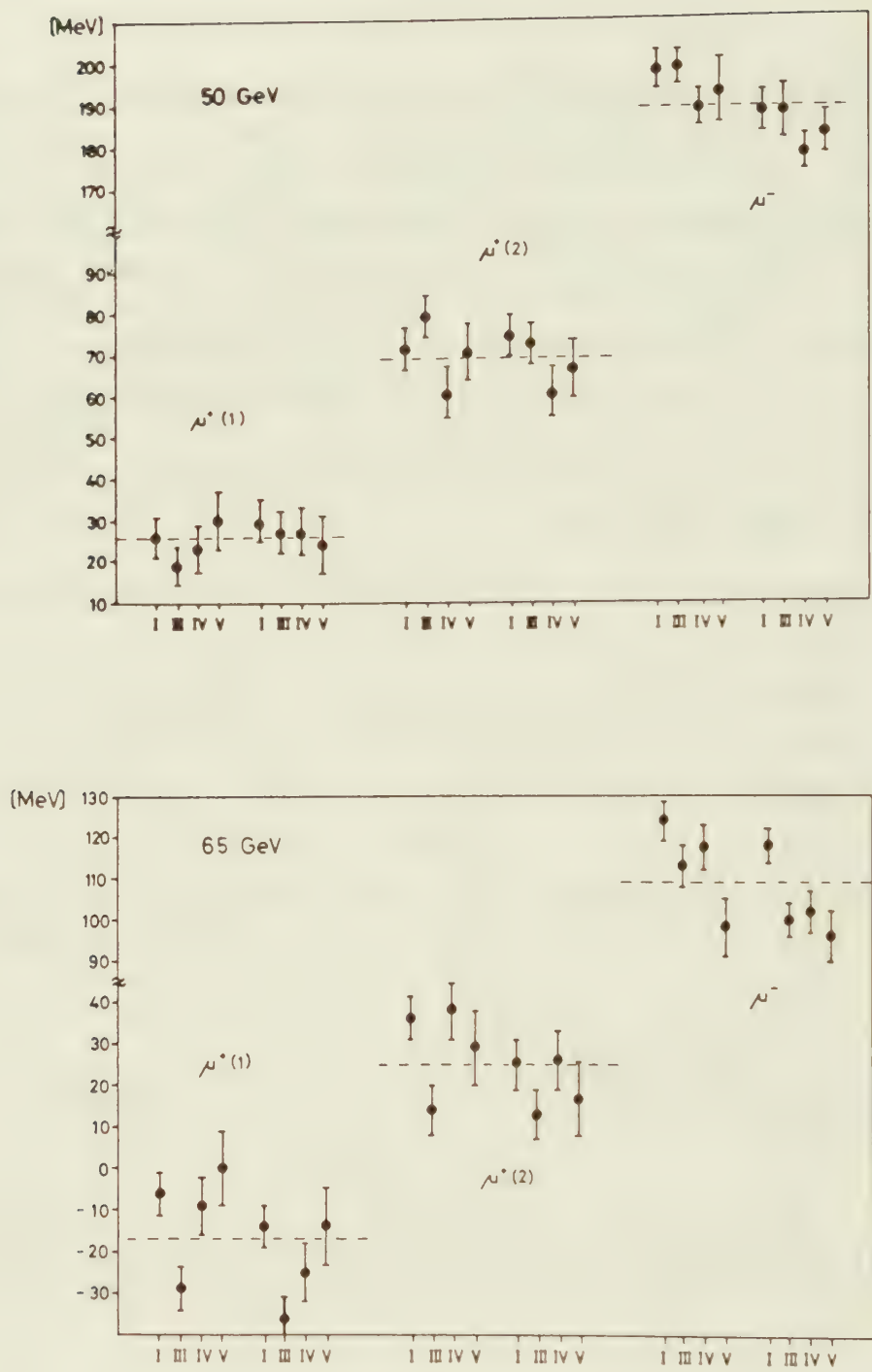


Abbildung 20: Residuen (nach Korrektur der ES-Kalibration) für alle Leerruns bei 50/65 GeV

TABELLE 4

Korrekturen ΔBMS für unabhängige BMS-Einstellungen

(Absolutwerte in MeV, in Klammern $\Delta p/p$ in ‰)

Strahl [GeV]	1 (μ^+)	2 (μ^-)	3 (μ^+)
50	26 (0.5)	189 (3.8)	69 (1.4)
65	-17 (-0.3)	109 (1.7)	25 (0.4)
110	5 (0.0)	--	--
120	56 (0.5)	189 (1.6)	100 (0.8)

Alle Abweichungen liegen innerhalb des durch die Hysterese erwarteten Reproduzierbarkeitsintervalls für das integrale Feld im BMS. Die vorhanden willkürliche Wahl des Interkalibrationsfixpunktes ist somit nachträglich gerechtfertigt, wenn auch nicht eindeutig festgelegt. Der noch verbleibende Spielraum muss später bei der Angabe der systematischen Fehler in Betracht gezogen werden.

6.4 UNKORRIGIERBARE SYSTEMATISCHE SCHWANKUNGEN

Die mit ihrem statistischen Fehler eingezeichneten Messpunkte weisen jedoch teilweise starke Fluktuationen auf; dies ist ein deutlicher Hinweis auf Effekte der schon früher (Abschnitt 3.4.2) erwähnten Schwankungen in der Nachweiswahrscheinlichkeit der Vieldrahtkammern. Eine zur Korrektur benötigte Ermittlung der lokalen Ansprechwahrscheinlichkeit für jeden einzelnen Run war mit der vorhandenen Statistik nicht möglich. Die Breite des ins ES einfallenden Müonstrahls von $\sigma_{x,y} > 3$ cm bei gleichzeitig räumlich flacher Impulsverteilung bewirkt jedoch eine Schwächung des Einflusses lokaler Effekte. Da zudem bei Messungen mit gleicher Strahlenergie und verschiedenen ES-Feldern unterschiedliche Bereiche der Kammern beleuchtet werden, kann eine generelle (und somit unsichtbare) systematische Verschiebung der Daten als unwahrscheinlich angesehen werden. Der systematische Fehler wird deshalb mit Hilfe der in Abb. 19 u. 20 und auch weiter unten (Kapitel 10) sichtbaren Fluktuationen ausserhalb der statistisch erwarteten Streuung abgeschätzt.

7. AUFLÖSUNG

Wie schon erwähnt, dienen die Leermessungen nicht nur zu der eben beschriebenen Kalibration, sondern auch zur Bestimmung der apparativen Auflösung. Die Kenntnis letzterer ist besonders wichtig, um später den direkten Vergleich zwischen gemessenen und simulierten Verlustspektren über ihre Mittelwerte zu ermöglichen. Die Standardabweichungen der an die Leermessungen bei 50 GeV und 120 GeV angepassten Normalverteilungen sind in Tabelle 5 zusammen mit den theoretisch erwarteten Breiten aufgeführt. Letztere wurden wie folgt abgeleitet:

- Die Auflösung des BMS wird durch die Breite der Szintillatorstreifen der Hodoskope bestimmt und beträgt $5 \cdot 10^{-3}$ des Müonimpulses.
- Die Winkelauflösung vor dem ES ergibt sich aus der räumlichen Auflösung der Hodoskope H6 und H7 und der Vielfachstreuung in den dazwischenliegenden CH_2 -Blöcken. Sie wurde mit Hilfe eines kleinen Simulationsprogramms ermittelt und liegt zwischen 0.21 mrad (50 GeV) und 0.16 mrad (120 GeV).
- Nach dem ES Magneten erlauben die Vieldrahtkammern eine Winkelmessung mit wesentlich höherer Genauigkeit von .03 mrad.
- Die durch das Energieverluststraggling im Fremdmaterial erzeugte Linienbreite von typisch 50 MeV wurde durch MC-Simulation bestimmt.
- Die endgültige Linienbreite wurde dann, nach Faltung aller aufgezählten Einzelbeiträge, analog zur Behandlung der experimentellen Daten aus der Anpassung einer Normalverteilung ermittelt.

Die zu beobachtende Verschlechterung der Impulsauflösung bei niedrigeren ES-Feldern erklärt sich einfach durch den dabei kleineren mittleren Ablenkwinkel.

TABELLE 5

Theoretische und experimentelle Impulsauflösung

$(\sigma_p/p \text{ in } \%)$					
	Feld	ES	BMS	Total	Gemessen
50 GeV	I	4.4		7.8	8.6
	III	5.5	6.4	8.4	9.8
	IV	6.9		9.4	11.2
	V	8.5		10.6	12.8
120 GeV	I	8.1		9.1	9.2
	II	9.0	4.3	10.0	10.2
	III	10.1		11.0	11.2

Die Ablenkkfelder im ES sind in abnehmender Stärke numeriert (s. Tab.2).

Gemessen an den Anforderungen stimmt die theoretisch erwartete Gesamtauflösung gut mit der jeweils gemessenen überein und konnte somit später zur Simulation der eigentlichen Energieverlustmessung verwendet werden.

8. CHARAKTERISIERUNG DES ENERGIEVERLUSTES

Nachdem nun alle diese Vorarbeiten geleistet sind, können wir uns der eigentlichen Energieverlustmessung und ihrer Interpretation widmen. Wie schon Eingangs erwähnt, wird der Energieverlust häufig durch die sogenannte "stopping power" dE/dx charakterisiert, d.h. durch den mittleren Verlust pro $\text{g}\cdot\text{cm}^{-2}$ eines definierten Materials, bei einer bestimmten Energie. Die Grösse dE/dx ist dabei das Integral über alle, mit ihrem jeweiligen Wirkungsquerschnitt gewichteten, Energieüberträge.

$$dE/dx = N/A E \sum \int v d\sigma_i/dv dv$$

Dabei steht i für die verschiedenen Einzelmechanismen (Ionisation, Bremsstrahlung, etc.) Sie schliesst somit alle möglichen Energieüberträge, d.h. also im Prinzip bis zur Gesamtenergie des Müons, ein, trägt aber der stochastischen Natur der Vorgänge keine Rechnung. Eine direkte Messung von dE/dx war mit dem vorhandenen experimentellen Aufbau - schon wegen der Akzeptanzgrenze des ES bei etwa 20 GeV - nicht möglich. Zudem musste ein relativ langer Moderator (10 m) benutzt werden, damit die zu messenden Impulsunterschiede gross gegen die apparative Auflösung (≈ 1 GeV) und die systematischen Fehler (≈ 70 MeV) waren.

Die Beschneidung des Energieverlustspektrums und die Verwendung eines langen Targets erlauben andererseits keine direkte Ableitung allgemeingültiger Aussagen über den Energieverlust aus den Daten alleine. Diese ist nur über den Vergleich der gemessenen Verteilungen mit einer Monte Carlo Simulation, die sowohl alle physikalischen Prozesse als auch die experimentellen Umstände berücksichtigt, möglich.

Allerdings kann somit auch die theoretische Beschreibung des spektralen Verhaltens getestet werden. Im Fall guter Reproduktion der experimentellen Daten ist damit ein Werkzeug zur Darstellung des Energieverlustes gewonnen, das der Beschreibung durch den Wert dE/dx in vielen Fällen überlegen ist.

Als Beispiel stelle man sich ein Experiment vor, in dem der Impuls von Müonen nach einer Reaktion bestimmt werden soll. Die Impulsmessung sei aber erst möglich, nachdem die Müonen eine bestimmte Schicht Material durchquert haben, und muss deshalb für den dabei erfahrenen Energieverlust korrigiert werden. In Abbildung 21 sei zur Veranschaulichung das Spektrum der Energieverluste aller Müonen für einen solchen Fall grob skizziert.

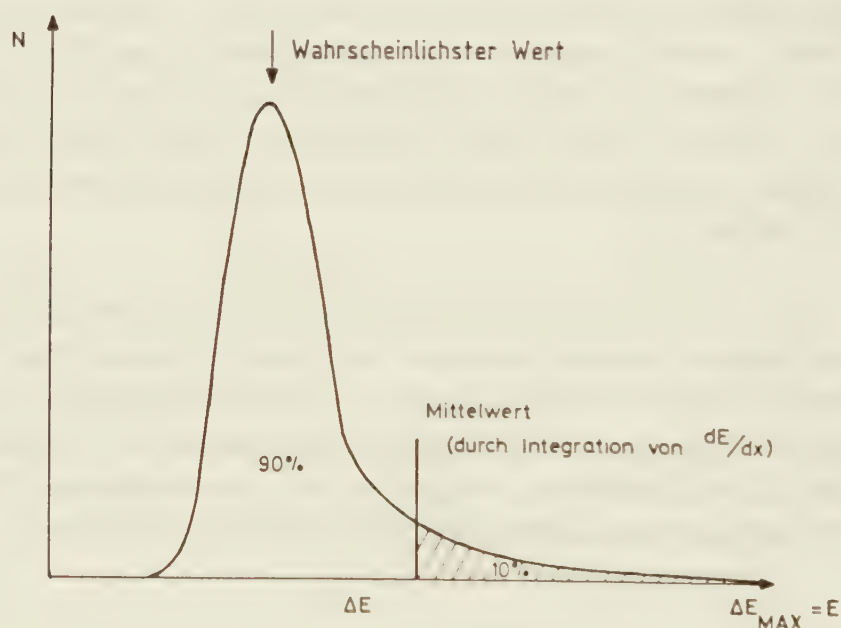


Abbildung 21: Zur Veranschaulichung typischer Energieverlustverhältnisse

Daraus wird sofort klar, dass die Anwendung eines wie auch immer gewählten konstanten Wertes für den Energieverlust in jedem Fall nur eine grobe Annäherung darstellt. Insbesondere charakterisiert der Mittelwert dE/dx die Verteilung physikalisch nur noch sehr unzureichend. Die in ihm enthaltenen Ereignisse mit "katastrophalen" Verlusten sind auch damit schlecht beschrieben und das Gros der Ereignisse wird deutlich überkorrigiert. Zudem werden die Müonen mit sehr hohen Verlusten häufig durch experimentelle Akzeptanz oder notwendige kinematische Schnitte sowieso verworfen. Es erscheint deshalb wesentlich günstiger zur Korrektur den Wert des Maximums der Verteilung zu nehmen. Im Einzelfall muss dieser Wert (der nicht linear mit der Absorberdicke wächst !) durch eine Simulationsrechnung bestimmt werden. Am besten ist es jedoch, bereits auf dem Niveau individueller Ereignisse die Simulation des Energieverlustes mit einer Simulation des Gesamtexperimentes zu verbinden und das Ergebniss mit der tatsächlichen Messung zu vergleichen.

9. MONTE-CARLO-SIMULATION

9.1 SIMULATION DES ENERGIEVERLUSTES

Die Abbremsung von Müonen in Materie wird durch einzelne Stossprozesse, bei denen sie Energie zum Teil auf die Stosspartner, zum Teil auf dabei neu erzeugte Teilchen übertragen, bewirkt. Die Wahrscheinlichkeit, dass einer dieser Stossprozesse stattfindet, wird durch die theoretisch berechneten Wirkungsquerschnitte gegeben.

Im Simulationsprogramm verfolgt man daher schrittweise den Weg eines einzelnen Müons definierter Anfangsenergie durch den Moderator (die abbremsende Materie) und ermittelt nach jedem Schritt mit Hilfe eines Zufallsgenerators, ob einer (oder mehrere) der Prozesse stattgefunden hat. Wenn ja, wird wiederum "per Zufall" der damit verbundene Energietransfer bestimmt. Die Zufallsgeneratoren müssen dabei so gewählt werden, dass sie, gemittelt über viele Werte, die integrale Wahrscheinlichkeit und die spektrale Verteilung aller Prozesse richtig wiedergeben. Vor dem nächsten Schritt des Müons wird seine Energie um den ermittelten Verlust verringert, um somit die Energieabhängigkeit aller Prozesse auch während des Trackings korrekt zu berücksichtigen.

9.2 VERMEIDUNG DER "INFRAROTKATASTROPHE"

Das obige Verfahren ist nur dann erlaubt, wenn die Gesamtwahrscheinlichkeit pro Schritt für jeden der Prozesse wesentlich kleiner als 1 ist. In den meisten Fällen steigt jedoch der Wirkungsquerschnitt zu kleinen Energieüberträgen hin steil an und zwingt damit, um diese Bedingung zu erfüllen, zu infinitesimalen Schrittlängen (und damit astronomischen Rechenzeiten!). Dieses Dilemma kann man jedoch relativ einfach umgehen, indem man nur Prozesse oberhalb eines gewissen minimalen Energieübertrags in der oben beschriebenen diskreten Weise simuliert. Alle so nicht simulierten Stöße werden dann durch Integration der Wirkungsquerschnitte (siehe Kapitel 2) bis zu einer bestimmten Schwelle aufsummiert und in Form eines kontinuierlichen (eingeschränkten) Energieverlustes $(dE/dx)_R$ berücksichtigt. Damit geht ein Teil der Fluktuationen "verloren", der aber im Fall hinreichend niedriger Schwellen auch keinen sichtbaren Beitrag liefert.

Zur Simulation des vorliegenden Experiments wurden folgende Schwellenwerte gesetzt:

(i)	Delta-Elektronen	$\geq 50 \text{ MeV}$
(ii)	Bremsstrahlungsphotonen	$\geq .01 E_\mu$
(iii)	$e^+ e^-$ Paare	$\geq .005 E_\mu$
(iv)	Kernwechselwirkungen	$\geq .01 E_\mu$

Mit dieser Wahl der Schwellen (und für Energien bis $\approx 300 \text{ GeV}$) stellt $(dE/dx)_R$ den überwiegenden Anteil am Energieverlust (s. Tab. 6).

TABELLE 6

Kontinuierlich behandelter Anteil des Energieverlustes in Eisen für verschiedene Energien

Energie	50 GeV	120 GeV	200 GeV	280 GeV
$(dE/dx)_R/\text{Total}$	73.5%	63.4%	56.2%	51.3%

Im Simulationsprogramm wird der kontinuierliche Verlust für die jeweilig benötigten Materialien zu Beginn errechnet und in energieabhängiger Form in einer "Nachschlagtabelle" abgespeichert. Während des Trackings wird für jeden Schritt der jeweilige Wert zusammen mit den diskreten Verlusten von der Müonenergie subtrahiert.

9.3 NORMIERUNG DER ZUFALLSGENERATOREN

Zur Entscheidung ob ein bestimmter Prozess stattgefunden hat benötigt man die integrierten Wirkungsquerschnitte; bis auf die Paarproduktion sind diese analytisch darstellbar und können leicht berechnet werden. Im Fall der Paarproduktion muss ein numerisches Integrationsverfahren angewendet werden, das aber für eine Neuberechnung bei jedem Schritt zu zeitaufwendig wäre. Der Wirkungsquerschnitt wird deshalb nur einmal für eine hinreichend grosse Zahl an Energieintervallen errechnet und dann als Tabelle abgespeichert.

Die Auswahl des jeweiligen Energieübertrages wird dann mit Hilfe verschiedener Methoden getroffen:

a) Die "Histogramm-Methode"

Der Wirkungsquerschnitt wird als Funktion des Energieübertrags in ein Histogramm gefüllt. Normiert man den Gesamteinhalt auf den Wert 1, kann man dann jedes Impulsübertragsintervall einem der Wahrscheinlichkeit proportionalen Teilbereich des Intervalls $[0,1]$ eineindeutig zuordnen; d.h. durch "Auswürfeln" einer Zufallszahl zwischen 0 und 1 kann nun umgekehrt die richtige Verteilung erzeugt werden. Dieses Verfahren ist jedoch nur dann sinnvoll, wenn das histogrammierte Spektrum nicht von der Energie des Müons abhängt, und somit nur einmal am Anfang produziert werden muss (wegen der benötigten Rechenzeit!). Im Fall von Bremsstrahlung, Paarproduktion und der Kernwechselwirkung, wo diese Methode angewendet wird, ist dies in guter Näherung gültig.

b) Umkehrung des integrierten Wirkungsquerschnitts

Hierbei wird der Wirkungsquerschnitt bis zu einem bestimmten Wert integriert und als Funktion dieser oberen Grenze ausgedrückt. Analytische Inversion dieser Funktion erlaubt wieder, nach Normierung des Gesamtquerschnitts auf 1, den Energieübertrag durch Wahl einer Zahl zwischen 0 und 1 zu repräsentieren. Ist eine Umkehrung analytisch nicht möglich, so kann dies auch mit einem numerischen Verfahren noch hinreichend schnell genug durchgeführt werden, um die Anwendung dieser Methode zur schrittweisen Berechnung zu erlauben. Sie wurde hier bei der Simulation der Delta-Elektronen benutzt.

Zur Überprüfung des Monte-Carlo Verfahrens wurde der mittlere Energieverlust einer grossen Anzahl von Müonen mit dem durch direkte Integration der Wirkungsquerschnitte erhaltenen verglichen. Die Übereinstimmung für verschiedene Testmaterialien und Energien war in jedem Fall besser als 1 Promille.

9.4 ANTEIL DER DISKRET BEHANDELTEN ENERGIEÜBERTRÄGE AM GESAMTVERLUST

In Tabelle 7 sind die durch diskrete Simulation berücksichtigten Anteile des Verlustes durch die einzelnen Prozesse aufgeführt.

TABELLE 7

Diskret behandelter Anteil der einzelnen Prozesse in Eisen bei 120 GeV

Ionisation	Brems- strahlung	Paar- Erzeugung	Kern- wechselwirkung
23%	98%	59%	93%

Mit Ausnahme der Ionisation können obige Zahlen in erster Näherung als allgemeingültig angesehen werden. Bei der Ionisation ergibt sich durch die Dichtekorrektur und die Wahl einer absoluten Schwelle (50 MeV) eine Energie- und Materialabhängigkeit. So beträgt der Anteil für die experimentellen Konditionen Eisen/50 GeV und Kohlenstoff/120 GeV nur 19% bzw. 14%. Die "reine" Ionisation (2.1) ist dabei in jedem Fall vollständig im kontinuierlichen Verlust $(dE/dx)_R$ enthalten und die diskret behandelten Verluste können somit alleine durch die "Produktion" von Delta-Elektronen (2.3) beschrieben werden.

9.4.1 Die Landau-Verteilung

Häufig werden zur Beschreibung des Energieverluststraggling die bekannten Landau- oder Vavilov-Verteilungen benutzt. Sie beschreiben die durch die stochastische Natur der Stossprozesse erzeugte Energieverteilung von Teilchen nach einer Schichtdicke x in analytischer Form. Die diskrete Behandlung der Delta-Elektronen in der hier benutzten MC erübrigt die Faltung des Energieverlustes mit einer solchen Verteilung. Es soll jedoch erwähnt werden, dass der Vergleich des durch MC-Simulation erhaltenen Spektrums mit einem gemäss einer Vavilov-Verteilung erzeugten [21] sehr gute Übereinstimmung zeigte.

9.5 SIMULATION DER EXPERIMENTELLEN BEDINGUNGEN

Um die durch Monte-Carlo-Simulation erhaltenen Energieverlustspektren mit den experimentellen vergleichen zu können, mussten auch die experimentellen Bedingungen noch in die Simulation eingeschlossen werden. Folgende Umstände wurden berücksichtigt:

- i) Die Primärenergie der Müonen wurde gemäss der experimentell bestimmten Verteilung gewählt.
- ii) Die Impulse vor und nach der Verlustsimulation im Moderator wurden mit der Auflösung von BMS und ES gefaltet.

- iii) In einem separaten Monte Carlo Programm wurde die von Impuls und ES-Feld abhängende Akzeptanz des Endspektrometers innerhalb der auf die experimentellen Daten angebrachten Schnitte und für die jeweilige räumliche Verteilung¹ der einfallenden Müonen ermittelt (s. Abb. 22). Mit ihr wurden dann die simulierten Ereignisse gewichtet.

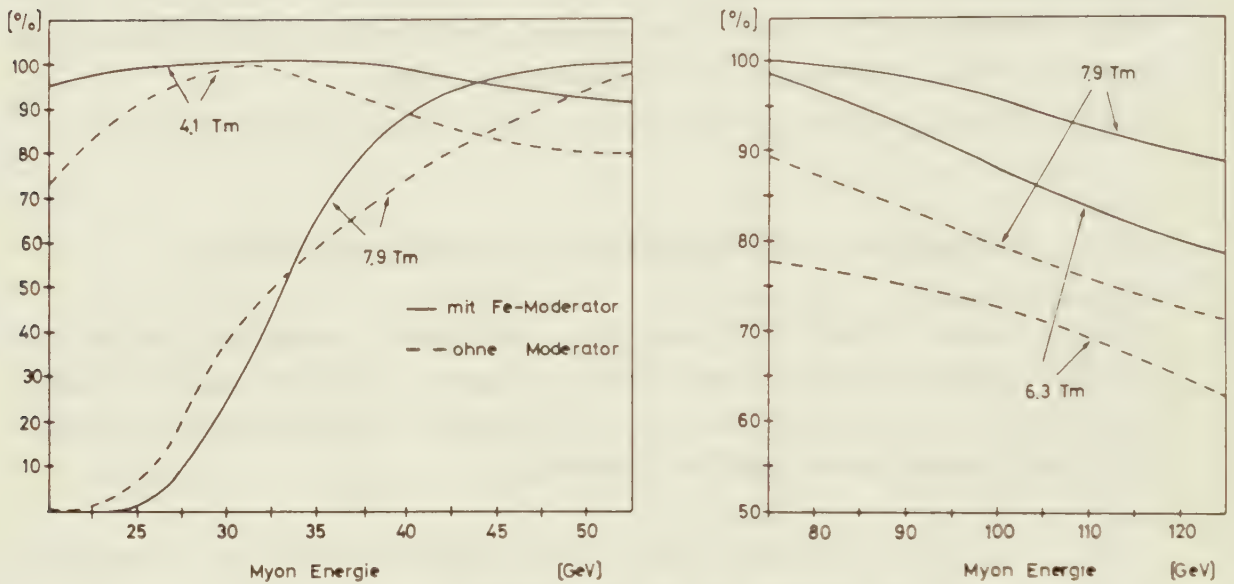


Abbildung 22: Akzeptanz des Endspektrometers für verschiedene Ablenkkfelder

¹ Durch die Vielfachstreuung im langen Eisenmoderator wird der ursprüngliche Phasenraum des Strahls erheblich "aufgebläht".

- iv) Der Energieverlust im Fremdmaterial wurde wie für den jeweiligen Moderator durch diskrete Simulation berücksichtigt.

Die so erhaltenen Ereignisse wurden dann noch analog den experimentellen geschnitten und anschliessend in das endgültige ΔE Spektrum gefüllt.

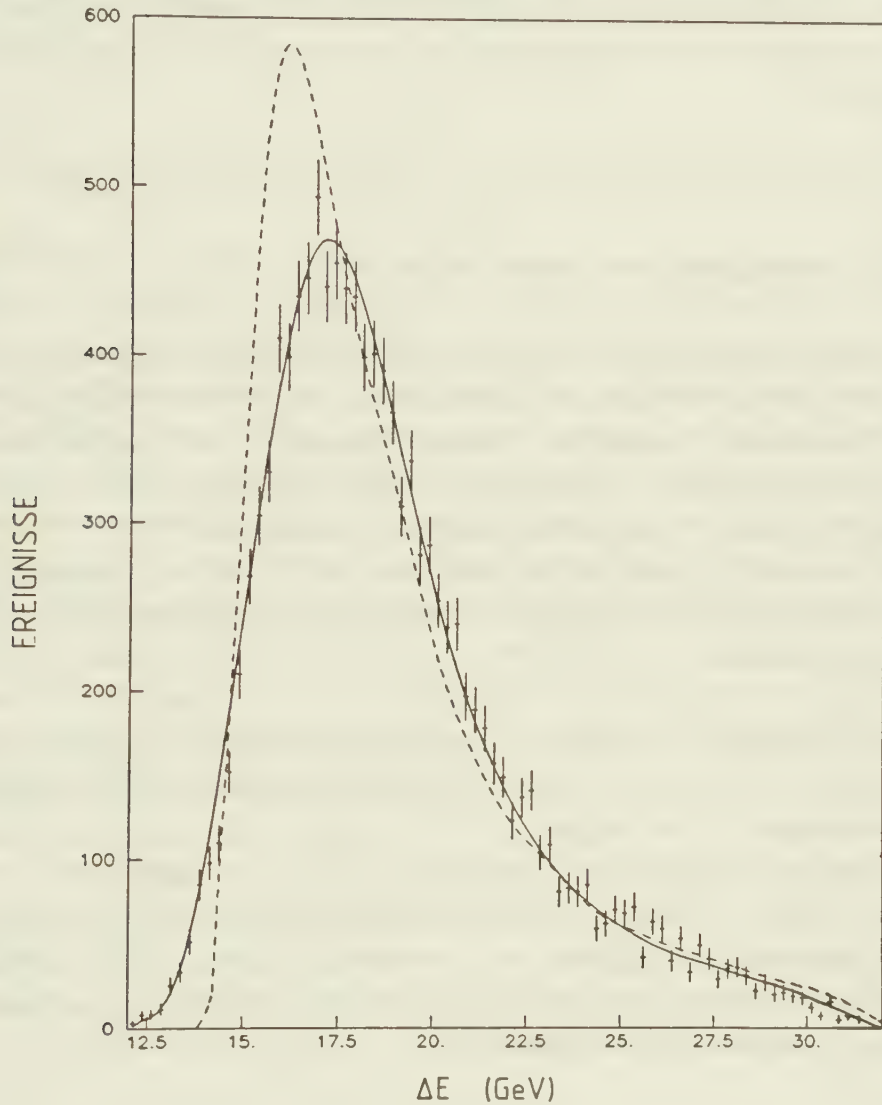


Abbildung 23: Vergleich experimenteller und simulierter Energieverlustspektren für Eisen bei 120 GeV Strahlenergie

Abbildung 23 zeigt als repräsentatives Beispiel den Vergleich zwischen experimenteller und simulierter Verteilung für 120 GeV Müonen nach dem Eisenmoderator. Um den Einfluss der apparativen Auflösung und Akzeptanz zu zeigen, ist das simulierte Spektrum auch vor deren Einfaltung, jedoch unter Anwendung der endgültigen Schnitte eingezeichnet (gestrichelte Linie). Die erstaunlich gute Übereinstimmung in ihrer Form, die auch in allen andere Fällen zu finden ist, erlaubt einen direkten quantitativen Vergleich der Spektren über ihren (arithmetischen) Mittelwert.

9.6 TABELLIERUNG VON dE/dx

Das soweit beschriebene Monte Carlo Programm, ursprünglich eigens zur Analyse der Daten des Hauptexperimentes erstellt [22], wurde für dieses Experiment wesentlich weiterentwickelt und verallgemeinert [23]. Als Nebenerzeugnis wurde damit eine vollständig neue Tabellierung der "stopping power" dE/dx für Müonen geschaffen [24]. Für Primärenergien zwischen 1 und 10000 GeV wird dort dE/dx für eine grosse Zahl von Elementen und gängigen chemischen Verbindungen und Mischmaterialien angegeben.

Der Vergleich mit einem bereits bestehenden Tabellenwerk [25] aus dem Jahr 1970, das bisher als Standardreferenz galt, zeigt signifikante Abweichungen. So ergibt z.B. für Eisen die neue Rechnung bei den Energien 50 GeV, 120 GeV und 300 GeV einen um 0.4%, 1.7% und 4.0% höheren Wert. Dies erklärt sich im wesentlichen durch die Benutzung von neueren, verfeinerten theoretischen Vorhersagen für die hier beschriebene Rechnung, wohingegen Referenz [25] noch den Stand der Theorie der 50er Jahre reflektiert.

10. VERGLEICH VON DATEN UND MONTE-CARLO-SIMULATION

Bevor nun die quantitative Übereinstimmung zwischen Daten und MC näher untersucht wird, soll noch einmal die auch schon im Abschnitt Kalibrierung (3.3) erörterte Benutzung einer relativ niedrigen oberen Grenze für das erlaubte Energieverlustspektrum gerechtfertigt werden.

10.1 SCHNITTE AUF DEN ENERGIEVERLUST EINZELNER MÜONEN

Die experimentellen Spektren enthalten einen im wesentlichen flachen und niedrigen Untergrund durch falsch rekonstruierte Müonimpulse. Da durch die steil abfallenden Wirkungsquerschnitte die Anzahl von Ereignissen zum hochenergetischen Ende des Energieverlustspektrums stark abnimmt, gewinnt dieser dort jedoch eine wachsende Bedeutung. Dies gilt besonders für die Errechnung des mittleren Verlustes über das ganze Spektrum, wobei durch die stark asymmetrische Form der Verteilung Ereignisse in hohem Abstand zum Schwerpunkt grosses Gewicht bekommen. Für niedrige Strahlenergien fällt zudem die Akzeptanz für Ereignisse mit hohem Energieübertrag steil ab (s. Abb.22), und erschwert damit eine genaue Berücksichtigung. Nicht zuletzt vergrössern die hohen statistischen Schwankungen in diesem Bereich mit wenigen Ereignissen den Fehler des Gesamtergebnisses.

Die im einzelnen auf die Energieverlustspektren angewendeten Schnitte sind in Tabelle 8 zusammengefasst. Die Schnitte am niederenergetischen Ende wurden gemacht, um auch dort den Einfluss des Untergrundes zu reduzieren. Ebenfalls angegeben ist die jeweilige Lage des Maximums der Verteilung "mpv" (= most probable value).

TABELLE 8

Schnitte auf den relativen Energieverlust im Eisenmoderator

Strahlenergie	$(\Delta E/E_\mu)_{\min}$	$(\Delta E/E_\mu)_{\max}$	$(\Delta E/E_\mu)_{\text{mpv}}$
50	0.2	0.5	~0.3
65	0.15	0.4	~0.25
110/120	0.1 (0)	0.25 (0.1)	~0.15 (0.05)

() Werte für den C/B Moderator

Die Ausgrenzung hoher Energieverluste beschneidet die Teilbeiträge der verschiedenen Prozesse unterschiedlich stark und erlaubt deshalb nur eine beschränkte Überprüfung der benutzten theoretischen Ansätze. Diese Tatsache wird später (Kapitel 12) noch quantitativ diskutiert werden.

Tabelle 9 gibt eine Übersicht über die Mittelwerte des Energieverlustes in den folgenden Bereichen :

Gesamtes Spektrum (ΔE_T), für die Messung akzeptierter Bereich (ΔE_M), und oberhalb der jeweiligen Schnitte (ΔE_H).

Ebenfalls angegeben ist die relative Ereignishäufigkeit im verworfenen Spektralbereich (N_H/N_T) und sein Beitrag zum Gesamtenergieverlust ($\delta(\Delta E)$) in der Form $\delta(\Delta E) = (\Delta E_T - \Delta E_M)/\Delta E_T$.

TABELLE 9

Aufteilung des totalen Energieverlustes durch die experimentellen
Schnitte

	50 GeV/Fe	120 GeV/Fe	120 GeV/(C/B)
ΔE_T (GeV)	17.0	21.0	5.7
ΔE_M (GeV)	16.2	18.2	5.1
ΔE_H (GeV)	30.4	48.0	21.8
N_H/N_T (%)	6.0	9.5	3.9
$\delta(\Delta E)$ (%)	4.9	13.5	11.4

10.2 DIFFERENZ DER MITTELWERTE

Im weiteren werden die Mittelwerte des durch MC und Experiment bestimmten Energieverlustes in den oben besprochenen Grenzen verglichen. Generell wird dabei die Differenz zwischen Daten und MC benutzt. In Abb. 24 u. 25 ist diese Differenz für alle Strahlenergien und alle jeweils verwendeten Konfigurationen von Moderator und ES-Feld, sowie den beiden unabhängigen Einstellungen des BMS für ein und dieselbe Energie graphisch dargestellt.

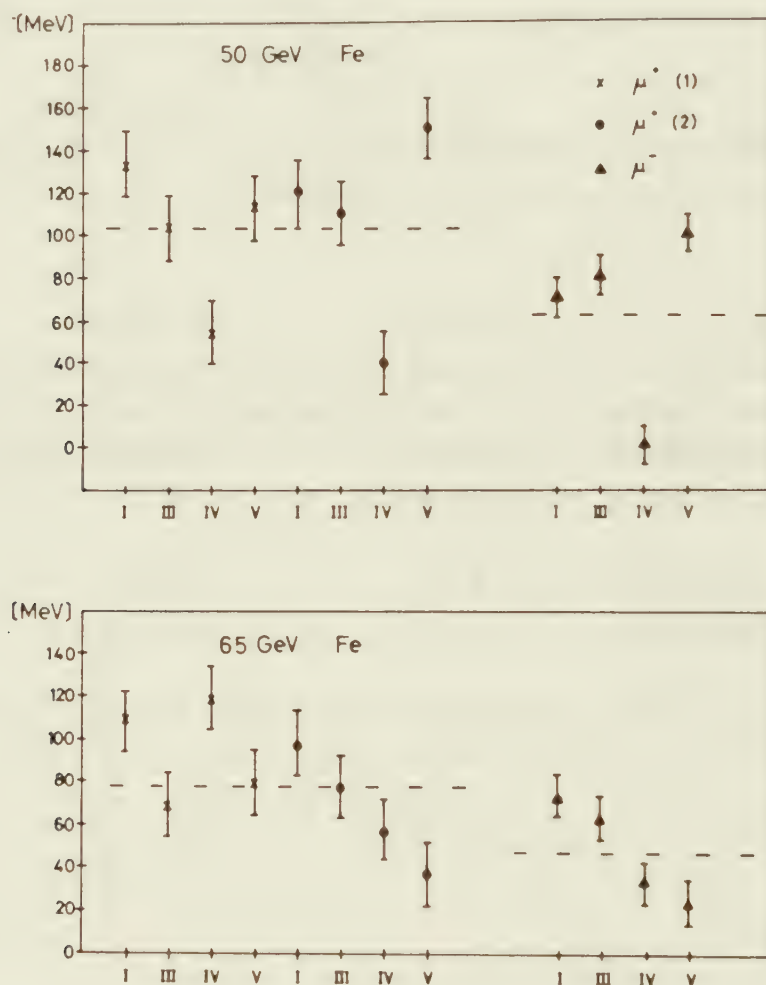


Abbildung 24: Differenz der Energieverlustmittelwerte für Daten und MC bei 50/65 GeV

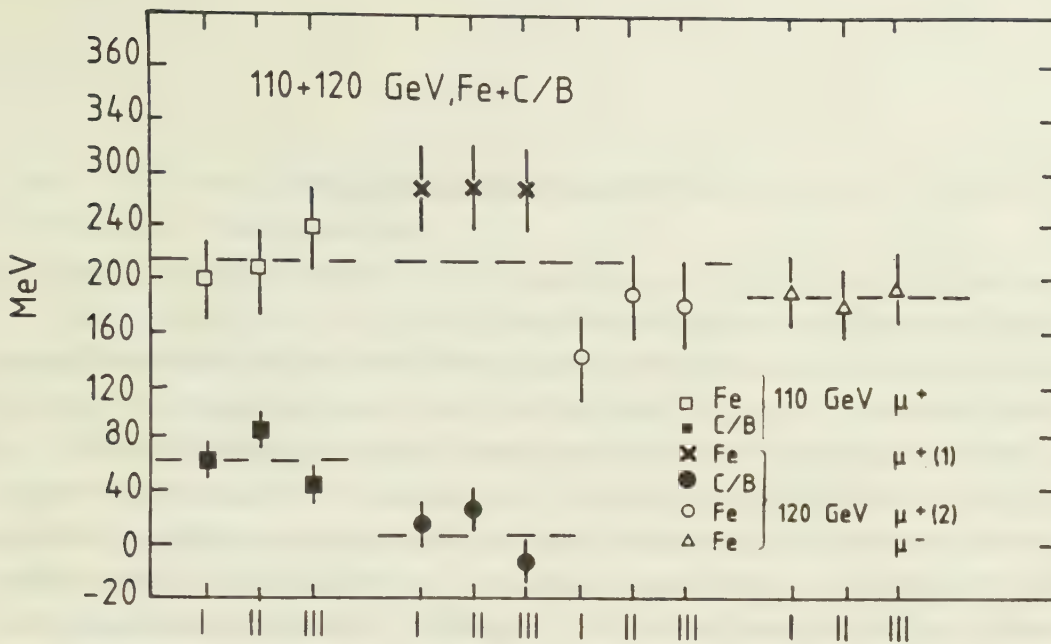


Abbildung 25: Differenz der Energieverlustmittelwerte aus Daten und MC mit 110/120 GeV Strahl

Die experimentellen Werte waren dabei vor der Differenzbildung bereits für die früher bestimmten (Kapitel 6) Kalibrationsfehler in BMS und ES korrigiert worden. Die einzelnen Punkte sind mit ihrem jeweiligen statistischen Fehler versehen und der Mittelwert über alle Runs bei fester Strahlenergie, -polarität und Moderator wird jeweils durch die gestrichelte Linie markiert. Die Streuung der einzelnen Punkte um diesen Mittelwert zeigt deutlich, dass wie auch schon früher beobachtet (vgl. Abschnitt 6.4) neben den statistischen Fluktuationen systematische Schwankungen eine starke Rolle spielen. Zusätzlich auffallend ist eine systematische Verschiebung zwischen den zwei unabhängigen Sequenzen mit Eisenmoderator und positivem 120 GeV Strahl. Bei der zweiten handelt es sich um die letzte Messung des gesamten Messprogramms, wobei die nach dem sonst angewendeten Schema folgende zweite Leermessung nicht mehr durchgeführt werden konnte. Eine Änderung der Kalibration, z.B. durch Fehlmanipulation des BMS, kann somit nicht ausgeschlossen werden. Da andererseits kein Beweis für eine derartige Annahme vorlag und die beiden Ergebnisse innerhalb der systematischen Fehler (s.u.) verträglich sind, wäre ein Verwerfen der zweiten Messung ungerechtfertigt.

11. SYSTEMATISCHE FEHLER

Die systematischen Fehler können nach ihrem Effekt auf die gemessenen Werte in zwei Klassen eingeteilt werden:

Fehler, die durch die endliche Genauigkeit von in der Analyse benutzten Nominalwerten erzeugt, und solche, die durch apparative Instabilitäten erzeugt werden. Die Annahme über die Grösse der letzteren kann dabei durch den Vergleich mit der beobachteten Streuung der Ergebnisse redundant oder gleicher, aber zu verschiedenen Zeiten durchgeführter Messungen unterstützt werden. Im beschriebenen Experiment muss ein systematischer Fehler der folgenden Grössen angenommen werden:

- a) Impulskalibration des BMS
- b) Impulskalibration des ES
- c) Energieverlust im Fremdmaterial
- d) Massenbelegung des Moderators
- e) Zeitliche Variation der Magnetfelder in BMS und ES
- f) Ansprechwahrscheinlichkeit der Vieldrahtkammern

Die absolute Kalibration von BMS und ES, sowie der tatsächliche Wert des Energieverlustes im Restmaterial lassen sich durch die vorliegenden Messungen nicht unabhängig voneinander bestimmen. Jedoch lässt sich, wie schon weiter oben erwähnt, unter der Annahme einer maximal möglichen Abweichung des BMS-Feldes vom Nominalwert von 1.5% bei 120 GeV Strahlenergie und eines Fehlers auf den angenommenen Energieverlust im Restmaterial von ± 50 MeV die Absolutkalibration des ES mittels der Leermessung bei dieser Strahlenergie auf $\pm 1.9\%$ genau bestimmen. Da andererseits die gemessene mittlere Impulsdifferenz mit Moderator stets für die jeweilig dazugehörige Leermessung korrigiert

wird, ist dies auch genau der relative systematische Fehler auf den ermittelten Energieverlust.

Der Fehler auf die gemessene Gesamtmassenbelegung der beiden Moderatoren war $3 \cdot 10^{-4}$ für Eisen und $2 \cdot 10^{-3}$ für die C/B Mischung.

Die zeitliche Variation einmal gesetzter Feldwerte im BMS und ES konnte mittels der Hallproben mit einer Empfindlichkeit von $5 \cdot 10^{-5}$ registriert werden. Die Analyse der in Minutenabstand aufgezeichneten Werte ergab eine mittlere Schwankungsbreite von $\pm 1 \cdot 10^{-4}$. Auch die Reproduzierbarkeit der Felder im ES, welche jeweils für jede Leer- bzw. Moderatormessung neu gesetzt werden mussten ergab sich daraus zu besser als $1 \cdot 10^{-4}$. Insgesamt nehmen wir deshalb einen dadurch resultierenden systematischen Fehler auf die Energieverlustmessung von $1 \cdot 10^{-4}$ der jeweiligen Strahlenergie an.

Am schwierigsten ist die Abschätzung des systematischen Fehlers durch die inhomogene und instabile Ansprechwahrscheinlichkeit der Vieldrahtkammern. Da diese nicht explizit bestimmt werden konnte, leiten wir ihn aus der Fluktuation der Ergebnisse redundanter Messungen ab. Er wird, relativ konservativ, zu $4 \cdot 10^{-4}$ der jeweiligen Strahlenergie angenommen.

Der durch quadratische Addition aller soweit angegebenen Teileffekte errechnete totale systematische Fehler auf den Energieverlust von etwa 2-3% dominiert dabei in jedem Fall den jeweiligen statistischen Fehler, der typisch nur eine Grösse von $3 \cdot 8 \cdot 10^{-4}$ aufweist.

12. ERGEBNISSE

In Tabelle 10 sind die oben bestimmten Mittelwerte für alle benutzten Energien, Polaritäten und die verschiedenen Moderatoren als relative Abweichung auf den durch MC bestimmten Energieverlust eingetragen. Der dort angegebene Fehler ergab sich durch quadratische Addition der jeweiligen statistischen und systematischen Fehler.

TABELLE 10

Relative Differenzen von gemessenem mittleren Energieverlust zu dem der MC-Simulation $((\text{Daten}-\text{MC})/\text{MC})$

E_{Strahl} (GeV)	Fe			"C/B"
	μ^+	μ^- (in Einheiten von 10^{-3})	$\mu^+ - \mu^-$	μ^+
50	$+6.3 \pm 2.0$	$+3.7 \pm 2.0$	$+2.6 \pm 1.7$	--
65	$+4.6 \pm 2.5$	$+3.0 \pm 2.5$	$+1.6 \pm 2.3$	--
110	$+12.0 \pm 3.5$	--	--	$+11 \pm 12$
120	$+11.9 \pm 3.5$	$+10.5 \pm 3.5$	$+1.4 \pm 3.0$	$+ 1 \pm 12$

12.1 INTERPRETATION DER RESULTATE

Folgende Aussagen lassen sich aus den obigen Werten ableiten:

- a) Im gemessenen Bereich von 40 - 120 GeV und für Einzelenergieüberträge bis zu $\approx 15\%$ der jeweiligen Müonenergie liefert das Energieverlustmodell eine Vorhersage von $\approx 1\%$ Genauigkeit oder besser.
- b) Eine Tendenz zur Unterschätzung bei höheren Müonenergien ist jedoch feststellbar.
- c) Der gemessene Unterschied für positive und negative Müonen ist mit Null verträglich, wobei die Grenzen des 90% Vertrauensintervalls [+5%, -1%] einen positiven Wert favorisieren.

12.2 ABLEITUNG ALLGEMEINGÜLTIGER AUSSAGEN

Es bleibt zu untersuchen, inwieweit sich die Übereinstimmung zwischen Messung und Vorhersage - für einen ausgewählten Moderator und einen eingeschränkten Spektralbereich - auf den allgemeinen Fall ausdehnen lässt.

In Tabelle 11 sind für zwei typische Müonenergien die relativen Anteile aller Einzelprozesse $(\delta E_i)_M$ am Mittelwert des gemessenen Energieverlustspektrums ΔE_M sowie der in der Messung enthaltene Bruchteil ihres Gesamtbeitrags $(\delta E_i)_T$ zu dE/dx (ΔE_T) eingetragen.

TABELLE 11

Anteil der einzelnen Prozesse im gemessenen Spektrum und relativ zu ihrem Gesamtverlust

	Paar- Erzeugung	Brems- Strahlung	Kern- Wechselw.	Ionisation	
(alle Werte in %)					
$(\delta E_i)_T / \Delta E_T$	12.6	8.8	1.5	77.1	120 GeV
$(\delta E_i)_M / \Delta E_M$	14.1	1.8	0.43	83.6	
$(\delta E_i)_M / (\delta E_i)_T$	96.8	18.2	24.7	93.5	
$(\delta E_i)_T / \Delta E_T$	5.1	3.8	0.8	90.3	50 GeV
$(\delta E_i)_M / \Delta E_M$	5.4	1.4	0.35	92.9	
$(\delta E_i)_M / (\delta E_i)_T$	98.0	34.2	37.5	95.0	

Hieraus wird folgendes ersichtlich: Die Beiträge von Bremsstrahlung und Kernwechselwirkung werden durch die Einschränkung des erlaubten Energieübertrags so stark reduziert, dass sich keine brauchbare Aussage über die Gültigkeit der zugrunde gelegten Theorie mehr machen lässt. Ionisation (und Deltaelektronen) und Paarproduktion sind dagegen zu jeweils mehr als 90% ihres Gesamtanteils enthalten und repräsentieren zusammen 97% des gemessenen Energieverlustes. Die beobachtete Diskrepanz zwischen experimentellem Wert und Monte Carlo muss deshalb der Beschreibung dieser beiden Prozesse zugeschrieben werden.

Bei 120 GeV Müonenergie bedeutet dies unter Einbeziehung des angegebenen Fehlers eine maximale Unterschätzung des Verlustes durch Paarproduktion um 10% bzw. der Ionisation um 1.5%. Die theoretische Vorhersage dieser Prozesse wird damit innerhalb der für sie erwarteten Genauigkeit bestätigt, eine weitere Einschränkung des in Kapitel 2.6 angegebenen Vertrauensintervalls ist mit Hilfe der vorliegenden Resultate jedoch nicht möglich.

Wie in Abb. 5 zu sehen war ändert sich die Zusammensetzung des Energieverlustes aus den einzelnen Prozessen stark mit der Primärenergie des Müons. Dies ist in Abb. 26 noch einmal in anschaulicher Form dargestellt.

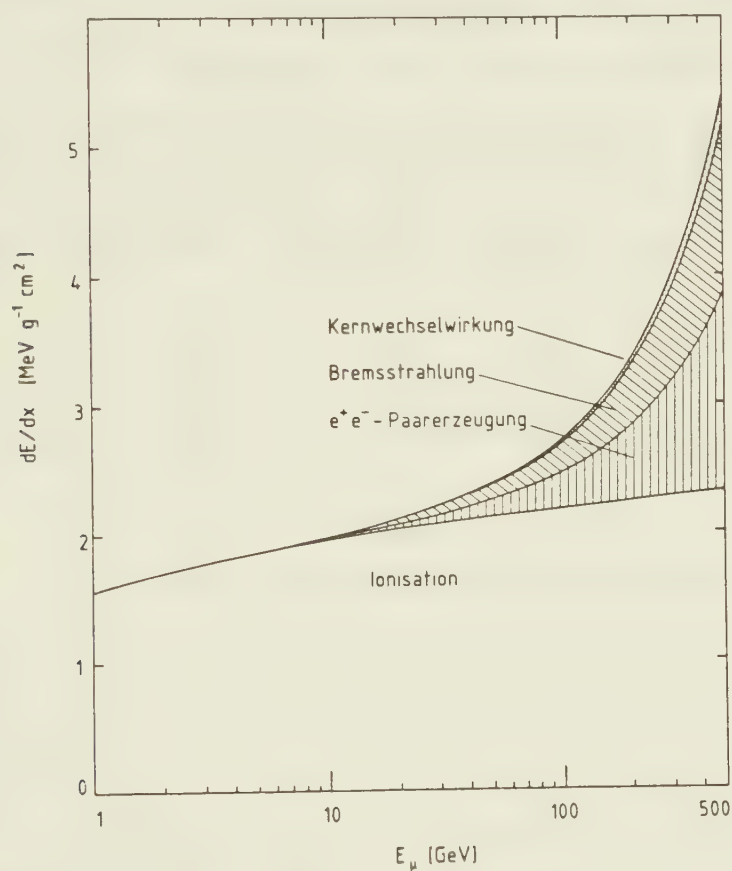


Abbildung 26: Zusammensetzung des Gesamtenergieverlustes (dE/dx) aus den Beiträgen der verschiedenen Prozesse

Da sich sowohl für die Bremsstrahlung als auch für die Kernwechselwirkung aus dem Experiment keine brauchbaren Aussagen ergaben ist somit eine Vorhersage über die Genauigkeit des theoretisch errechneten Gesamtverlustes bei höheren Energien nicht möglich.

Wie schon weiter oben diskutiert (Kapitel 8), ist jedoch häufig die für den Experimentator relevante Grösse der *w a h r s c h e i n l i c h s t e* und nicht der durch dE/dx repräsentierte *m i t t l e r e* Energieverlust. Die Beiträge der einzelnen Prozesse unterscheiden sich dabei unter Umständen deutlich von den in Abb. 26 gezeigten Verhältnissen. Die in der vorliegenden Messung vorhandene Dominanz von Ionisation und Paarerzeugung bleibt dabei auch für sehr hohe Energien (≈ 1 TeV) erhalten.² Durch den mit der Müonenergie linearen Anstieg der Paarproduktion und die "Quasikonstanz" der Ionisation verschiebt sich jedoch das Verhältniss dieser beiden zueinander. Bei einer Müonenergie von 1 TeV ist das Verhältniss von Paarproduktion zur Ionisation etwa 60:40. Mit der durch das Experiment verifizierten Genauigkeit der Beschreibung dieser Prozesse ergibt sich damit noch eine Präzision der Vorhersage für den höchstwahrscheinlichen Verlust von etwa 6%.

² Die einschränkende Bedingung dabei ist jedoch, dass der mittlere Verlust im betrachteten Absorber nicht mehr als etwa 15% beträgt.

Als Basis für diese Abschätzung wurden die nachfolgende Tabelle 12 und Tabelle 13 (Anhang A.3) benutzt. In Tabelle 12 sind die bis zu einem maximalen Energieübertrag $v_{\max}$ enthaltenen prozentualen Anteile des jeweiligen Gesamtverlustes für die einzelnen Prozesse angegeben. Diese Werte wurden für eine Müonenergie von 100 GeV in Eisen ermittelt, sind jedoch in guter Näherung für einen grossen Energiebereich anwendbar.

TABELLE 12

Relativer Energieverlust der Einzelprozesse in Funktion eines maximalen Energieübertrags

Maximaler Energie- übertrag	5‰	1%	5%	10%	50%
Ionisation	85.3	87.6	92.8	94.9	98.9
Bremsstr.	1.0	1.9	9.2	17.6	65.5
Paarerz.	41.5	59.5	89.9	95.6	99.7
Kernww.	3.2	5.5	18.6	30.5	79.6

(% des jeweiligen Gesamtenergieverlustes)

In Anhang A.3 ist die mit Hilfe des beschriebenen Programms berechnete Zusammensetzung von dE/dx in Abhängigkeit der Müonenergie zu finden.

In Abbildung 27 sind zur weiteren Veranschaulichung noch einmal die relativen Beiträge zum Energieverlust in verschiedenen Spektralbereichen graphisch dargestellt. Mit angegeben ist auch der Gesamtbeitrag jedes Bereichs zum totalen Energieverlust dE/dx .

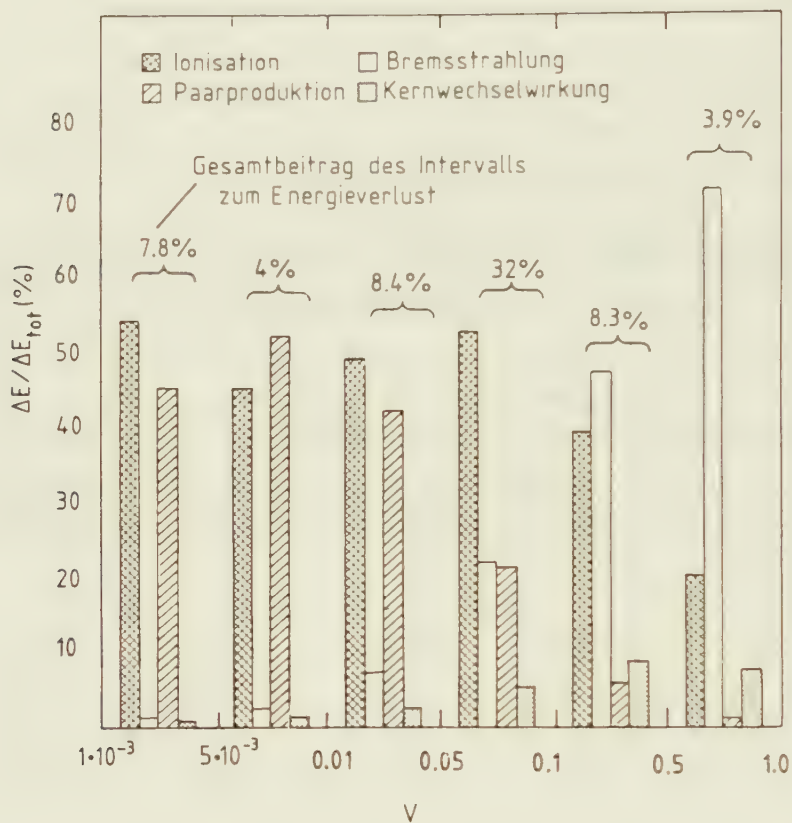


Abbildung 27: Beiträge zum Energieverlust in verschiedenen Spektralbereichen für 100 GeV und Eisen

12.3 ZUSAMMENFASSUNG

Der Energieverlust hochenergetischer Müonen in Eisen wurde im Energiebereich 50-120 GeV mit hoher Präzision gemessen. Die gute Übereinstimmung von Mittelwert und spektraler Form mit einer eigens entwickelten Monte-Carlo-Simulation rechtfertigt den anderweitigen Einsatz dieses Programms und liefert Grenzen für die dabei erzielbare Genauigkeit. Ein Anspruch auf Allgemeingültigkeit der Simulationsrechnung wird durch die ebenfalls gute Übereinstimmung mit der Messung an einem Kohlenstoff/Bor Gemisch unterstützt.

Die Untersuchung des Unterschieds im Energieverlust von positiven und negativen Müonen ergab, innerhalb der Messgenauigkeit von etwa 3%, einen mit Null verträglichen Wert.

LITERATURVERZEICHNIS

- [1] D. Bollini et al., Nucl. Instr. Methods 204(1982)333;
A.C. Benvenuti et al., Nucl. Instr. Methods 226(1984)330.
- [2] A. Argento et al., Phys. Lett. 120B(1983)245;
A. Argento et al., Phys. Lett. 140B(1984)142.
- [3] R. Voss, Dissertation Universität München 1982, S. 111ff.
- [4] B. Rossi, High Energy Particles, p.16ff, Englewood Cliffs,
Prentice Hall 1952.
- [5] R.M. Sternheimer et al., Atomic Data and Nucl. Data Tables
30(1984)261.
- [6] K.E. Eriksson et al., Nuovo Cimento 30(1963)1434.
- [7] D.Y. Bardin, private Mitteilung.
- [8] J.D. Jackson and R.L. McCarthy, Phys. Rev. 6(1972)4131.
- [9] A.A. Petrukhin and V.V. Shestakov, Can. Journ. Phys.
46(1968)377.
- [10] S.R. Kelner and Yu.D. Kotov, Canadian Journ. Phys. A
46(1968)387.

- [11] R.P. Kokoulin and A.A. Petrukhin, Proc. 11th Int. Conf. Cosmic Rays, Budapest 1969, Acta Phys. Hung. 29, Suppl. 4, (1970)277 and Proc. 12th Int. Conf. Cosmic Rays, Hobart 1971, Vol. 6, A2436.
- [12] L.B. Bezrukov and E.V. Bugaev, Proc. 17th Int. Conf. on Cosmic Rays, Paris 1981, Vol. 10, 251.
- [13] O.C. Allkofer et al., Phys. Rev. D 4(1971)638.
- [14] C. Grupen, Fortschr. Phys. 23(1976)127.
- [15] K. Mitsui et al., Nuovo Cimento 73A(1983)235.
- [16] A.G. Wright, Journ. Phys. A 6(1973)79.
- [17] L. Chatterjee and B.K. Bandyopadhyay, Fortschr. d. Physik 23(1975)691.
- [18] R. Brun et al., LINTRA, CERN DD/EE/79-5.
- [19] R. Brun et al., MUDIFI, CERN DD/EE/80-1.
- [20] L.C. Bernard, CERN/LabII/EA/75-2 (unveröffentlicht).
G. v. Holtey, private Mitteilung.
- [21] B. Schorr, DISVAV, CERN-Program-Library, G111,
Long Write-up.
- [22] R. Voss, CERN/EP/NA4 Note 80-39 (unveröffentlicht)
- [23] R. Voss et al., in Vorbereitung.
- [24] W. Lohmann et al., CERN Yellow Report 85-03, 1985.
- [25] C. Richard-Serre, CERN Yellow Report 71-18, 1971.

Explizite Darstellung der Wirkungsquerschnitte für Paarproduktion
und Kernwechselwirkung.

A.1 Paarproduktion

$$\frac{d\sigma}{dv d\rho} = \alpha^4 \frac{2}{3\pi} (Z\lambda_e)^2 \frac{1-v}{v} \left[\phi_e + \left(\frac{m_e}{m_\mu} \right)^2 \phi_\mu \right]$$

$$\phi_e = \left\{ \left[(2+\rho^2)(1+\beta) + \xi(3+\rho^2) \right] \ln(1+1/\xi) + \frac{1-\rho^2-\beta}{1+\xi} - (3+\rho^2) \right\} L_e$$

$$\phi_\mu = \left\{ \left[(1+\rho^2)(1+\frac{3}{2}\beta) - \frac{1}{\xi}(1+2\beta)(1-\rho^2) \right] \ln(1+\xi) + \frac{\xi(1-\rho^2-\beta)}{1+\xi} + (1+2\beta)(1-\rho^2) \right\} L_\mu$$

$$L_e = \ln \frac{RZ^{-1/3} \sqrt{(1+\xi)(1+Y_e)}}{2m_e \sqrt{e} RZ^{-1/3} (1+\xi)(1+Y_e)} - \frac{1}{1 + \frac{2m_e \sqrt{e} RZ^{-1/3} (1+\xi)(1+Y_e)}{Ev(1-\rho^2)}} - \frac{1}{2} \ln \left[1 + \left(\frac{3}{2} \frac{m_e}{m_\mu} Z^{1/3} \right)^2 (1+\xi)(1+Y_e) \right]$$

$$L_\mu = \ln \frac{\frac{2}{3} \frac{m_\mu}{m_e} RZ^{-2/3}}{2m_e \sqrt{e} RZ^{-1/3} (1+\xi)(1+Y_\mu)} - \frac{1}{1 + \frac{2m_e \sqrt{e} RZ^{-1/3} (1+\xi)(1+Y_\mu)}{Ev(1-\rho^2)}}$$

$$Y_e = \frac{5 - \rho^2 + 4\beta(1+\rho^2)}{2(1+3\beta) \ln(3+1/\xi) - \rho^2 - 2\beta(2-\rho^2)}$$

$$Y_\mu = \frac{4 + \rho^2 + 3\beta(1+\rho^2)}{(1+\rho^2)(\frac{3}{2} + 2\beta) \ln(3+\xi) + 1 - \frac{3}{2} \rho^2}$$

A.2 Kernwechselwirkung

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dv} = & \frac{\alpha}{2\pi} A \sigma_{\gamma N} v \left\{ \frac{3}{4} G(x) \left[\kappa \ln \left(1 + \frac{m_1^2}{t} \right) - \frac{\kappa m_1^2}{m_1^2 + t} - \frac{2m_\mu^2}{t} \right] + \right. \\ & + \frac{1}{4} \left[\kappa \ln \left(1 + \frac{m_2^2}{t} \right) - \frac{2m_\mu^2}{t} \right] + \\ & \left. + \frac{m_\mu^2}{2t} \left[\frac{3}{4} G(x) \frac{m_1^2}{m_1^2 + t} + \frac{1}{4} \frac{m_2^2}{t} \ln \left(1 + \frac{t}{m_2^2} \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

mit

$$G(x) = \frac{3}{x^3} \left(\frac{x^2}{2} - 1 + e^{-x} (1+x) \right), \quad x = 0.00282 A^{1/3} \sigma_{\gamma N}(\epsilon)$$

$$\sigma_{\gamma N}(\epsilon) = 114.3 + 1.647 \ln^2 (0.0213 \epsilon)$$

$$t = \frac{m_\mu^2 v^2}{1-v}, \quad \kappa = 1 - \frac{2}{v} + \frac{2}{v^2}$$

$$m_1^2 = 0.54 \text{ GeV}^2$$

$$m_2^2 = 1.8 \text{ GeV}^2,$$

Hierbei bezeichnet ϵ die Energie des virtuellen Photons und $\sigma_{\gamma N}$ den totalen Photoabsorbtionsquerschnitt in Mikrobarn.

mit den Bezeichnungen:

$$\beta = \frac{v^2}{2(1-v)} \quad ,$$

$$\xi = \left(\frac{m_\mu v}{2m_e} \right)^2 \frac{1-\rho^2}{1-v}$$

$$\rho = \frac{E^+ - E^-}{E^+ + E^-} \quad ,$$

$$v = \frac{E^+ + E^-}{E} \quad .$$

$E^-(E^+)$ ist die Energie des erzeugten Elektrons (Positrons)

Die Integration des Wirkungsquerschnitts erfolgt in folgenden Grenzen:

$$\frac{4m_e}{E} \leq v \leq 1 - \frac{3\sqrt{e}m_\mu}{4E} Z^{1/3}$$

$$0. \leq |\rho| \leq \left(1 - \frac{6m_\mu^2}{E^2(1-v)} \right) \sqrt{1 - \frac{4m_e}{Ev}} \quad .$$

A.3 Tabelle 13: dE/dx Zusammensetzung für Eisen ($\text{GeV g}^{-1} \text{cm}^2$)

E (GeV)	Ionisation	Brems- strahlung	Paar- production	Kernwechsel- wirkung	Total
1	.1560 10^{-2}	.5837 10^{-6}	.1777 10^{-6}	.4145 10^{-6}	.1561 10^{-2}
5	.1827 10^{-2}	.5683 10^{-5}	.5007 10^{-5}	.2192 10^{-5}	.1840 10^{-2}
10	.1925 10^{-2}	.1397 10^{-4}	.1492 10^{-4}	.4229 10^{-5}	.1958 10^{-2}
15	.1976 10^{-2}	.2326 10^{-4}	.2695 10^{-4}	.6210 10^{-5}	.2032 10^{-2}
20	.2009 10^{-2}	.3318 10^{-4}	.4033 10^{-4}	.8161 10^{-5}	.2091 10^{-2}
30	.2053 10^{-2}	.5431 10^{-4}	.6977 10^{-4}	.1202 10^{-4}	.2189 10^{-2}
40	.2081 10^{-2}	.7663 10^{-4}	.1016 10^{-3}	.1583 10^{-4}	.2275 10^{-2}
50	.2102 10^{-2}	.9981 10^{-4}	.1352 10^{-3}	.1963 10^{-4}	.2357 10^{-2}
60	.2118 10^{-2}	.1237 10^{-3}	.1700 10^{-3}	.2342 10^{-4}	.2436 10^{-2}
70	.2132 10^{-2}	.1480 10^{-3}	.2058 10^{-3}	.2720 10^{-4}	.2513 10^{-2}
80	.2143 10^{-2}	.1729 10^{-3}	.2423 10^{-3}	.3097 10^{-4}	.2590 10^{-2}
90	.2153 10^{-2}	.1981 10^{-3}	.2796 10^{-3}	.3474 10^{-4}	.2666 10^{-2}
100	.2162 10^{-2}	.2236 10^{-3}	.3174 10^{-3}	.3851 10^{-4}	.2741 10^{-2}
120	.2177 10^{-2}	.2756 10^{-3}	.3944 10^{-3}	.4605 10^{-4}	.2893 10^{-2}
140	.2189 10^{-2}	.3285 10^{-3}	.4730 10^{-3}	.5359 10^{-4}	.3044 10^{-2}
160	.2199 10^{-2}	.3822 10^{-3}	.5527 10^{-3}	.6114 10^{-4}	.3195 10^{-2}
180	.2209 10^{-2}	.4365 10^{-3}	.6334 10^{-3}	.6870 10^{-4}	.3347 10^{-2}
200	.2217 10^{-2}	.4915 10^{-3}	.7149 10^{-3}	.7627 10^{-4}	.3499 10^{-2}
220	.2224 10^{-2}	.5469 10^{-3}	.7971 10^{-3}	.8385 10^{-4}	.3652 10^{-2}
240	.2231 10^{-2}	.6027 10^{-3}	.8799 10^{-3}	.9144 10^{-4}	.3805 10^{-2}
260	.2237 10^{-2}	.6590 10^{-3}	.9632 10^{-3}	.9904 10^{-4}	.3958 10^{-2}
280	.2242 10^{-2}	.7156 10^{-3}	.1047 10^{-2}	.1067 10^{-3}	.4112 10^{-2}
300	.2248 10^{-2}	.7725 10^{-3}	.1131 10^{-2}	.1143 10^{-3}	.4265 10^{-2}
350	.2259 10^{-2}	.9161 10^{-3}	.1343 10^{-2}	.1334 10^{-3}	.4652 10^{-2}
400	.2269 10^{-2}	.1061 10^{-2}	.1557 10^{-2}	.1526 10^{-3}	.5040 10^{-2}
450	.2278 10^{-2}	.1208 10^{-2}	.1772 10^{-2}	.1719 10^{-3}	.5429 10^{-2}
500	.2286 10^{-2}	.1355 10^{-2}	.1989 10^{-2}	.1912 10^{-3}	.5821 10^{-2}
600	.2299 10^{-2}	.1652 10^{-2}	.2425 10^{-2}	.2301 10^{-3}	.6607 10^{-2}
700	.2310 10^{-2}	.1953 10^{-2}	.2863 10^{-2}	.2692 10^{-3}	.7395 10^{-2}
800	.2320 10^{-2}	.2256 10^{-2}	.3305 10^{-2}	.3085 10^{-3}	.8189 10^{-2}
900	.2329 10^{-2}	.2560 10^{-2}	.3748 10^{-2}	.3480 10^{-3}	.8985 10^{-2}
1000	.2336 10^{-2}	.2866 10^{-2}	.4192 10^{-2}	.3878 10^{-3}	.9782 10^{-2}
1500	.2366 10^{-2}	.4415 10^{-2}	.6430 10^{-2}	.5891 10^{-3}	.1380 10^{-1}
2000	.2386 10^{-2}	.5982 10^{-2}	.8684 10^{-2}	.7940 10^{-3}	.1785 10^{-1}
3000	.2416 10^{-2}	.9150 10^{-2}	.1322 10^{-1}	.1213 10^{-2}	.2600 10^{-1}
4000	.2436 10^{-2}	.1234 10^{-1}	.1777 10^{-1}	.1640 10^{-2}	.3419 10^{-1}
5000	.2452 10^{-2}	.1555 10^{-1}	.2233 10^{-1}	.2075 10^{-2}	.4241 10^{-1}
6000	.2465 10^{-2}	.1877 10^{-1}	.2690 10^{-1}	.2516 10^{-2}	.5065 10^{-1}
7000	.2476 10^{-2}	.2200 10^{-1}	.3148 10^{-1}	.2962 10^{-2}	.5892 10^{-1}
8000	.2486 10^{-2}	.2524 10^{-1}	.3606 10^{-1}	.3412 10^{-2}	.6719 10^{-1}
9000	.2494 10^{-2}	.2847 10^{-1}	.4064 10^{-1}	.3867 10^{-2}	.7548 10^{-1}
10000	.2502 10^{-2}	.3172 10^{-1}	.4523 10^{-1}	.4326 10^{-2}	.8377 10^{-1}

LEBENS LAUF

Geboren am 15. Juni 1951 in München

Grundschulzeit 1957 - 1961

Naturw. Gymnasium 1961 - 1970 ; Reifeprüfung im Juni 1970

Studium der Physik an der Universität München 1970 - 1977
Diplomprüfung Juni 1977

Oktober 1977 - Juni 1979 Angestellter der Universität München, abgeordnet zur Durchführung von Forschungsvorhaben am schweizer Institut für Nuklearforschung (SIN) in Villigen, Schweiz.

Juli 1979 - Dezember 1981 Research Fellow am europäischen Kernforschungszentrum CERN in Genf.

Seit Januar 1982 Angestellter der Universität München, abgeordnet zum CERN; Mitarbeit an einem Experiment zur Untersuchung der tiefinelastischen Myonstreuung.

Familienstand : verheiratet, 2 Kinder (2 1/2 J., 1 J.)

DANKSAGUNG

Ich danke allen Mitgliedern der NA4-Kollaboration für die langjährige kollegiale Zusammenarbeit am CERN.

Herrn Prof. C. Zupancic, der die Idee zu diesem Experiment hatte und mich zu der vorliegenden Arbeit angeleitet hat, bin ich besonders verpflichtet. Sein in mich gesetztes Vertrauen und seine Geduld haben mich wesentlich dabei unterstützt, diese Arbeit fertigzustellen.

Herrn Prof. U. Meyer-Berkhout und Herrn Prof. A. Staude danke ich für die uneingeschränkte Unterstützung, die den langjährigen Aufenthalt am CERN ermöglichte.

Meinen Münchner Kollegen, insbesondere Herrn Dr. R. Voss, danke ich für die zahlreichen Diskussionen und Anregungen und das immer freundschaftliche Arbeitsklima.

